

~~P-174-20~~

# NOCIONES DE GEOMETRÍA

AL ALCANCE DE LOS NIÑOS

POR

~~Caja 57~~

D. EUGENIO GARCÍA,

PROFESOR DE 1.ª ENSEÑANZA.

OBRA PREMIADA EN LA EXPOSICIÓN PEDAGÓGICA DE 1882.

SEGUNDA EDICIÓN AUMENTADA CON DOS LAMINAS.

F-1929



SAN SEBASTIÁN:

Imp. de los Hijos de I. R. Baroja, Constitución, 2

Ayuntamiento de Madrid

00

Ayuntamiento de Madrid

# NOCIONES DE GEOMETRÍA

AL ALCANCE DE LOS NIÑOS

POR

D. EUGENIO GARCÍA,

PROFESOR DE 1.<sup>a</sup> ENSEÑANZA.

OBRA PREMIADA EN LA EXPOSICIÓN PEDAGÓGICA DE 1882.

SEGUNDA EDICIÓN AUMENTADA CON DOS LÁMINAS.



SAN SEBASTIÁN:

Imp. de los Hijos de I. R. Baroja, Constitución, 2.

1883.

Ayuntamiento de Madrid

*Es propiedad.*

---

## NOCIONES DE GEOMETRÍA.

---

### PRELIMINARES



¿Qué es *Geometría*?

La ciencia que trata de la medida de la extensión.

¿Qué es *extensión*?

El espacio que ocupa un cuerpo.

¿Qué es *cuerpo* en Geometría?

Todo aquello que ocupa un lugar en el espacio.

¿Qué son *dimensiones*?

Los diversos sentidos en que es extenso un cuerpo.

¿Cuáles son esas *dimensiones*?

Tres: *longitud* ó largo, *latitud* ó ancho y *profundidad* ó grueso.

¿Qué es *línea*?

Una serie de puntos, o sea, la extensión considerada en cuanto à su longitud.

¿Qué es *superficie*?

El límite de los cuerpos ó la extensión considerada en su longitud y latitud.

Ayuntamiento de Madrid

¿Qué es *volumen* ó *sólido geométrico*?

La extensión de un cuerpo en sus tres dimensiones.

¿En cuántas partes se divide la Geometría?

En dos, à saber: Geometría plana y Geometría del espacio.

¿Dónde tuvo origen la Geometría?

Según se cree en Egipto.

¿Es importante su estudio?

No sólo importante, sino necesario à todos los artistas y artesanos, è indispensable para aprender el dibujo lineal.

## GEOMETRIA PLANA.

### *Lineas.*

¿En qué se divide la línea?

En *recta* y *curva*.

¿Qué es línea *recta*?

Una *série* de puntos en la misma dirección.  
(Figura 1.<sup>a</sup>)

¿Qué es línea *curva*?

La que no es *recta*: ni se compone de *rectas*.  
(Fig. 2.<sup>a</sup>)

¿Qué es línea *mixta*?

La que consta de *recta* y *curva*. (Fig. 3.<sup>a</sup>)

¿Qué es línea *quebrada*?

La que consta de varias *rectas* unidas, pero en diferente posición. (Fig. 4.<sup>a</sup>)

¿Qué posiciones puede tener una *recta*?

Tres; vertical, horizontal é inclinada.

¿Qué es línea *vertical*?

La recta que sigue la dirección de un hilo llamado *plomada* (*Fig. 5.<sup>a</sup>*)

¿Qué es la *plomada*?

Un hilo, de cuyo extremo inferior se cuelga un peso y se sostiene por el otro extremo. (*Fig. 5.<sup>a</sup>*)

¿Qué es línea *horizontal*?

La recta que sigue la dirección del nivel del agua. (*Fig. 6.<sup>a</sup>*)

¿Qué es línea *inclinada*?

La recta que se forma entre la vertical y la horizontal. (*Fig. 7.<sup>a</sup>*)

¿Cómo se enuncian las líneas?

Por medio de dos letras colocadas una en cada extremo. Ejemplo. Línea A. B.

A—————B

¿Cuáles son las propiedades de la línea recta?

1.<sup>a</sup> Que es el camino más corto de un punto á otro; y 2.<sup>a</sup> que para determinar su posición bastan sólo dos puntos.

¿Cómo se miden las líneas?

Con otra línea de menor tamaño que se toma por unidad, dividida en partes iguales.

¿Cómo se trazan las líneas rectas?

En el papel con una regla y una pluma ó lápiz; en el terreno con una cinta o cadena, y en las paredes con una cuerda tirante de sus extremos, impregnada de un polvo de color.

¿Cómo se trazan las líneas curvas?

Ayuntamiento de Madrid

Con un compàs ó con una cuerda sujeta por uno de sus extremos.

## CIRCUNFERENCIA.

---

¿Qué es *circunferencia*?

Una curva plana y reentrante, cuyos puntos equidistan de otro llamado *centro*. (Fig. 8.<sup>a</sup>)

¿Qué es *circulo*?

El espacio cerrado por la circunferencia.

¿Qué es *ràdio*?

La línea recta que va desde el centro à cualquier punto de la circunferencia. (Fig. 8.<sup>a</sup> OC.)

¿Son iguales todos los ràdios?

Sí, porque todos los puntos de la circunferencia equidistan del centro.

¿Qué es *diámetro*?

Una línea recta trazada desde un punto à otro de la circunferencia pasando por el centro. (Figura 8.<sup>a</sup> AB.)

¿Cómo divide el diámetro à la circunferencia y al círculo?

En dos partes iguales exactamente.

¿Todos los diámetros de una circunferencia son iguales?

Sí; porque equivalen à dos ràdios y estos son siempre iguales.

¿Qué es *cuerda*?

La recta que une los extremos de un arco. (Figura 8.<sup>a</sup> AG.)

¿Qué es *secante*?

La cuerda que corta en dos puntos à la circunferencia. (Fig. 8.<sup>a</sup> PQ.)

¿Què es *tagente*?

La recta que toca en un solo punto à la circunferencia. llamado punto de *contacto* Fig. 8.<sup>a</sup> TG.)

¿Què es *sector*?

La parte de circulo comprendida entre dos rãdios y el arco que abrazan. (Fig. 9.<sup>a</sup> AOB.)

Què es *segmento*? La parte de circulo comprendida entre la cuerda y su arco correspondiente. (Fig. 9.<sup>a</sup> CPD.)

¿Què posiciones pueden tener dos circunferencias?

Varias, à saber: concéntricas, tangentes interior ó exteriormente y secantes.

¿Què son circunferencias *concéntricas*?

Las que tienen un centro común, pero son de diferente rãdio. (Fig. 10.<sup>a</sup>)

¿Què son circunferencias *tangentes*?

Las que se tocan en un punto interior ó exterior (Fig. 11.)

¿Y *secantes*?

Las que se cortan en dos puntos. (Fig. 12.)

¿Què es *anillo* ó *corona*?

El espacio comprendido entre dos circunferencias concéntricas.

¿Cómo se miden los arcos?

Considerando dividida à la circunferencia en 360 partes iguales llamadas *grados*; cada grado en 60 *minutos* y cada minuto en 60 *segundos* (1)

(1) Los grados, minutos y segundos, se representan con un (°), un acento (') y dos acentos (") v. gr., 8°, 15', 13", se lee 8 grados, 15 minutos y 13 segundos.

¿Qué es *cuadrante*?

La cuarta parte de la circunferencia y que vale por consiguiente 90 grados (Fig. 8.<sup>a</sup> COB.)

A qué se llama *transportador*?

A un semicírculo de madera, talco ó hueso en el que están marcados los grados de la circunferencia y que sirve para medir un arco.

## ÁNGULOS.



Qué es *ángulo*?

La abertura ó inclinación de dos líneas que se juntan en un punto llamado *vértice*. (Fig. 13.)

Cómo pueden ser los ángulos?

Rectos, agudos y obtusos.

De qué depende esta clasificación?

De la mayor ó menor inclinación de sus lados, y no de su longitud.

Qué es *ángulo recto*?

Aquel cuya abertura tiene 90 grados. (Fig. 14 ABC.)

Qué es *ángulo agudo*?

El que mide menos de 90 grados. (Fig. 15 EFG.)

Y *obtusos*?

El que es mayor que el recto y por consiguiente tiene más de 90°. (Fig. 15 AOB.)

Cómo se enuncia un ángulo?

Por medio de tres letras colocadas cada una en los extremos de sus lados y en el *vértice*.

Como se mide un ángulo?

Ayuntamiento de Madrid

Determinando el número de grados que tiene el arco comprendido entre sus lados y trazado desde el vértice como centro.

Qué son ángulos *adyacentes*?

Dos ángulos que tienen un lado común y los otros dos en prolongación, siendo su valor de  $180^\circ$ , ó sea 2 rectos. (Fig. 16.)

Qué es *complemento* de un ángulo?

Lo que le falta para valer un recto.

Qué es *suplemento* de un ángulo?

Lo que le falta para valer dos rectos ó sean  $180^\circ$ .

Qué son ángulos *opuestos* por el vértice?

Los que tienen el mismo complemento ó suplemento. (Fig. 17 AOB, DOC.)

Qué es ángulo *inscripto*?

Aquel cuyos lados son cuerdas de la circunferencia. (Fig. 18 ABC.)

Cuál es el valor de un ángulo inscripto?

La mitad del arco que comprenden sus lados.

Qué es *bisectriz* de un ángulo?

La recta que lo divide en dos partes iguales. (Fig. 18 BO.)

## PERPENDICULARES Y OBLICUAS.

=

Qué posiciones puede tener una recta con respecto á otra?

Tres á saber: perpendicular, oblicua y paralela.

Qué es línea *perpendicular*?

· Ayuntamiento de Madrid

La que forma con otra uno ó dos ángulos rectos. (Fig. 19 AC,BO.)

Qué es línea *oblicua*?

La que forma con otra ángulo agudo ú obtuso. (Fig. 19 AC,DO.)

Qué son líneas *paralelas*?

Dos ó más rectas que están en un mismo plano y que no pueden encontrarse aunque se prolonguen sus extremos. (Fig. 20 AB,CD.)

Qué es línea *secante*?

La que corta á otra en un punto cualquiera llamado de *intersección*. (Fig. 20 MP.)

Cuántos ángulos forma una secante al cortar á dos paralelas?

Ocho, á saber: cuatro internos y cuatro externos, los cuales se clasifican en alternos y correspondientes.

Qué son ángulos *correspondientes*?

Los que están formados en distinta paralela y á mismo lado de la secante. (Fig. 20. 1 y 1, 2 y 2) 3 y 3, 4 y 4.)

Qué son ángulos *alternos*?

Los que están formados en distinta paralela y á distinto lado de la secante (Fig. 20, 3 y 2, 4 y 1, Digame V. algunas propiedades de los ángulos y de estas líneas.

1.º Los ángulos formados en un punto de una recta valen dos rectos ó 180º.

2.º Todos los ángulos formados alrededor de un punto valen cuatro rectos.

3.º Los ángulos opuestos al vértice, los correspondientes y los alternos son iguales.

4.º Los ángulos que tienen los lados paralelos son iguales ó suplementarios.

5.º La perpendicular es el camino más corto entre un punto y una recta.

6.º De dos ó más oblicuas, la que más se aparta de la perpendicular es la más larga.

## POLIGONOS.

---

Qué es *figura*? Un espacio cerrado por líneas.  
(Fig. 21 ABC.)

Cómo pueden ser las figuras?

Iguales, equivalentes y semejantes.

Qué son figuras *iguales*?

Las que tienen la misma forma y magnitud.

Qué son figuras *equivalentes*?

Las que tienen igual magnitud, aunque distinta forma.

Qué son figuras *semejantes*?

Las que tienen la misma forma, pero distinta magnitud.

Qué es *polígono*?

La porción de plano comprendida entre rectas  
(Fig 21 y siguientes.)

Cómo se llaman las líneas del polígono?

*Lados* del polígono y al conjunto de sus lados *contorno* ó *perímetro*.

Con cuántas líneas puede formarse un polígono?

Con tres, cuatro ó más lados.

Qué nombre reciben los polígonos con relación al número de sus lados?

El polígono de tres lados se llama *triángulo*; el de cuatro *cuadrilátero*; el de cinco *pentágono*; el de seis *hexágono*; el de siete *heptágono*, etc.

Los polígonos pueden ser también *regulares* ó *irregulares*: son regulares cuando tienen los lados y ángulos iguales, y son irregulares cuando no los tienen.

A qué se llama *diagonal*?

A la línea recta que va de un ángulo á otro del polígono. (Fig. 25 BC.)

A qué se llama *base* y *altura* de un polígono?

Base, á la línea sobre la cual insiste (Fig. 21, BC); y altura á la perpendicular bajada desde el ángulo opuesto á la base, á esta misma base ó á su prolongación. (Fig. 21. AO.)

## TRIÁNGULOS.

=

Qué es *triángulo*?

El polígono cerrado por tres líneas. (Fig. 21, ABC.)

En qué se dividen los triángulos?

Con respecto á sus lados en *equiláteros*, *isósceles* y *escalenos*; y con respecto á sus ángulos, en *rectángulos*, *acutángulos* y *obtusángulos*.

Defina V. esa división.

*Equilátero* es el que tiene sus lados iguales. (Fig. 21.)

*Isósceles* el que tiene dos lados iguales. (Fig. 22.)

*Escaleno* el que tiene los lados desiguales (Figura 23.)

*Rectángulo* es el que tiene un ángulo recto.  
(Fig. 24.)

*Acutángulo* es el que tiene sus ángulos agudos.  
(Fig. 21 y 22.)

*Obtusángulo* el que tiene un ángulo obtuso.  
(Fig. 23.)

*Nota.* En el triángulo rectángulo se llama *hipotenusa* al mayor lado, y á los otros dos *catetos*.

Cuánto valen la suma de los tres ángulos de un triángulo?

Dos rectos, ó sean  $180^\circ$ .

Qué propiedad notable tiene el triángulo rectángulo?

Que el cuadrado de la hipotenusa es igual á la suma de los cuadrados de los catetos.

Cuándo son semejantes dos triángulos?

1.º Cuando tienen sus tres ángulos iguales.

2.º Cuando tienen sus lados paralelos ó perpendiculares.

3.º Cuando tienen sus lados proporcionales.

Qué se deduce de la semejanza de los triángulos?

El medio de medir distancias inaccesibles y el levantamiento de planos.

Qué son *líneas proporcionales*?

Aquellas con cuyos valores numéricos puede formarse una proporción.

A qué se llama *media proporcional* entre dos líneas?

A la perpendicular comprendida entre la circunferencia y el punto de unión de estas dos líneas consideradas como diámetro.

Cuándo se dice que una recta se halla dividida en *media y extrema razón*?

Cuando la parte mayor de dicha recta es media proporcional entre dicha recta y la parte menor,

## CUADRILÁTEROS Y DEMÁS POLÍGONOS.

---

Qué es *cuadrilátero*?

El polígono formado por cuatro líneas rectas. (Fig. 26 ABCD)

En qué se dividen los cuadriláteros?

En trapezoides, trapecios y paralelogramos.

Qué es *trapezoide*?

Un cuadrilátero que no tiene ningun lado paralelo á otro. (Fig. 25)

Qué es *trapecio*?

Un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos llamados *bases*. (Fig. 26.)

Qué es *paralelogramo*?

La figura de cuatro líneas paralelas entre si dos á dos. (Fig. 27, 28, 29 y 30.)

Cómo pueden ser los paralelogramos?

Romboides, rombos, rectángulos y cuadrados.

Qué es *romboide*?

El paralelogramo que tiene los lados paralelos y los ángulos suplementarios, pero no rectos.

(Fig. 27.)

Qué es *rombo*?

El paralelogramo de lados iguales y ángulos suplementarios, pero no rectos. (Fig. 28.)

Qué es *rectángulo* ó *cuadrilongo*?

El paralelogramo de lados desiguales y ángulos rectos. (Fig. 29.)

Qué es cuadrado?

El paralelogramo de lados iguales y ángulos rectos. (Fig. 30.)

Cuánto valen los ángulos de un cuadrilátero?

Cuatro ángulos rectos.

Cómo divide la diagonal al cuadrilátero?

En dos triángulos.

Y las diagonales de los polígonos de más de cuatro lados?

Dividen al polígono en tantos triángulos como lados tenga menos dos.

Cuánto vale la suma de los ángulos de un polígono?

Tantas veces dos rectos como lados tenga el polígono menos dos.

Cuál es el centro en un polígono?

El punto interior que está á igual distancia de todos los vértices de sus ángulos. (Fig. 31, O.)

A qué se llama radio en un polígono?

A la recta que va desde el centro al vértice de cualquiera de sus ángulos (Fig. 31, OC.)

A qué se llama apotema?

A la perpendicular trazada desde el centro del polígono al punto medio de uno de sus lados.

(Fig. 31, OP.)

Qué es polígono inscrito?

Aquel cuyos lados son cuerdas de la circunferencia. (Fig. 32 ABCD.)

Qué es polígono circunscrito?

Aquel cuyos lados son tangentes de la circunferencia. (Fig. 32 MNOP.)

Qué son polígonos semejantes?

Los que tienen los ángulos iguales y los lados proporcionales.

Cuándo son semejantes dos polígonos?

En dos casos principalmente: 1.º Cuando tengan los lados paralelos. 2.º Cuando tengan los ángulos iguales ó los lados proporcionales.

Cómo puede considerarse á la circunferencia?

Como un polígono regular de infinito número de lados, en cuyo caso el radio de la circunferencia y la apotema del polígono serán una misma cosa.

En que relación esta el diámetro con la circunferencia?

En razón directa, es decir, que á doble diámetro corresponde doble circunferencia y viceversa. Esta relación es de 1 á 3,1415.

Qué quiere decir eso?

Que una circunferencia cuyo diámetro sea de 1 metro tendrá 3 metros y 1415 diez milésimas de longitud.

Segun esto ¿cómo se hallará la longitud de la circunferencia conociendo su diámetro?

Multiplicando dicho diámetro (ó sea su doble radio) por el número 3,1415.

Y cómo se halla la longitud del diámetro conociendo la de la circunferencia?

Dividiendo la longitud de la circunferencia por el número 3,1415. La longitud del radio será la mitad del cociente.

Cómo se mide la longitud de un arco conociendo la del diámetro ó circunferencia?

Hallando primero el número de grados de dicho arco y formando una proporción directa con los de la circunferencia.

No hay algun otro medio de medir la circunferencia?

Hay otras relaciones numéricas entre el diámetro y la circunferencia, á saber: la de Arquímedes, de 7 á 22 y la de Mecio de 113 á 355.

## SUPERFICIES.

---

Qué es *superficie*?

El límite de los cuerpos ó sea la extensión considerada en su longitud y latitud.

Cómo puede ser la superficie?

Plana y curva.

Qué es superficie *plana*?

Aquella que tiene todos los puntos igualmente salientes unos de otros.

Qué es superficie *curva*?

La que tiene unos puntos más salientes que otros. La superficie curva se llama *cóncava* cuando presenta hondura hácia el medio, y *convexa* cuando tiene prominencia en el medio.

Qué es *área*?

El valor numérico de la superficie.

Qué diferencia hay entre *área* y *superficie*?

La misma que entre el número y la cantidad.

Qué es *medir* una superficie?

Hallar las veces que en ella está contenida una unidad dada.

Como se miden las superficies?

Con un cuadrado cuyo lado sea un decímetro, un metro ó cualesquiera otra longitud lineal.

Cómo se halla el área de un triángulo?

Multiplicando las unidades lineales de la base, por la mitad de las de la altura o al contrario.

Por qué se mide así?

Porque todo triángulo es mitad de un paralelogramo de la misma base y altura.

Qué se deduce de aquí?

Que los triángulos de igual base é igual altura son equivalentes; lo propio sucede con los paralelogramos,

Cómo se mide el área de un cuadrilátero, sea trapezoide ó trapecio?

Dividiéndolo en triángulos por medio de una diagonal y hallando el área de cada uno de ellos.

Se puede medir el trapecio de otra manera?

Multiplicando la mitad de la altura por la suma de las dos bases.

Cómo se halla el área de un paralelogramo?

Multiplicando la base por la altura.

Cómo se mide un cuadrado?

Elevando al cuadrado las unidades de uno de sus lados, que es multiplicarle por sí mismo.

Cómo se halla el área de un polígono regular de cinco ó más lados?

Multiplicando su perímetro por la mitad de su apotema,

Cómo se mide un polígono irregular?

Descomponiéndolo en trapezios y triángulos por medio de líneas y hallando la superficie de cada uno de ellos: la suma total será el área del polígono.

Cómo se halla el área de un círculo?

Multiplicando la circunferencia por la mitad del radio, ó multiplicando el número 3,1415 por el cuadrado del radio.

Cómo se halla el área de un sector?

Multiplicando la longitud de su arco por la mitad del radio.

Cómo se mide un segmento?

Hallando primero el área del sector; luego la del triángulo comprendido entre los dos radios y la cuerda, y la diferencia de ámbos resultados será el área pedida.

Cómo se reduce una figura cualquiera á cuadrado equivalente?

Extrayendo la raíz cuadrada de su área y dicho número será el lado del cuadrado.

Qué relación guardan entre sí las áreas?

La misma que los cuadrados de sus lados homólogos; es decir, que si un rectángulo, por ejemplo, es doble que otro, su área será cuatro veces mayor.

## CURVAS IMPORTANTES.

---

Cuáles son las curvas más importantes después de la circunferencia?

La elipse, óvalo, huevo y espiral.

Ayuntamiento de Madrid

Qué es *elipse*?

Una curva en la cual la suma de las distancias de cada uno de sus puntos á dos puntos fijos, es una cantidad constante. (Fig. 33).

Cómo se llaman estos puntos?

*Focos* de la elipse, y á las rectas trazadas desde los focos á la curva *radios vectores* (Fig. 33).

Qué son *ejes* de la elipse?

Los dos diámetros mayor y menor perpendiculares entre sí, y que pasan por el centro de la elipse (Fig. 33).

Cómo se determinan los focos de la elipse?

Tomando el semi-eje mayor y haciendo centro en un extremo del menor, los puntos en que corte al mayor serán los focos.

Cómo se traza la elipse?

Tomando con un hilo el eje mayor se llevan sus extremos á los focos, y colocando un lápiz en la dirección del hilo, éste marcará la elipse.

Qué es *óvalo*?

Una curva convexa, simétrica, compuesta de cuatro arcos de círculo. (Fig. 36).

Qué es *huevo*?

Una curva convexa y reentrante más elevada de una parte que de la otra, y que tiene la figura de su nombre. (Fig. 34).

Qué es *línea espiral*?

Una curva compuesta de varios arcos de círculo, trazados de dos, tres, ó cuatro centros y que se va separando con igualdad hasta el infinito. (Fig. 35).

Cómo se halla la longitud de la elipse?

Ayuntamiento de Madrid

Multiplicando la semi-suma de los ejes por el número 3,1445.

Cómo se halla el área de la elipse?

Multiplicando la semi-suma de los semi-ejes por el número 0,7485.





## GEOMETRÍA DEL ESPACIO.

Qué es *plano*?

Una superficie à la cual se puede aplicar una recta en cualquier dirección. (Fig. 37).

Cómo puede determinarse la posición de un plano?

Por medio de tres puntos que no estén en línea recta, ó por la intersección de dos rectas.

Cómo puede ser el plano?

Vertical, horizontal é inclinado, según su posición en el espacio, y también perpendicular, oblicuo y paralelo si se compara con otros.

Qué es ángulo *diedro*?

La abertura de dos planos que se cortan en una línea llamada *arista*: los planos reciben el nombre de *caras* del diedro. (Fig. 38).

Cómo pueden ser los ángulos diedros?

Rectos, obtusos, agudos; iguales, adyacentes y opuestos, según el ángulo que forman sus caras.

Qué propiedades tienen los ángulos diedros?

Análogas á las que dijimos al tratar de los ángulos en la Geometría plana.

Qué es ángulo *poliedro*?

Ayuntamiento de Madrid

La reunión de tres ó más planos que tienen un vértice común. (Fig. 42).

Qué resulta de la reunión de cuatro ó más planos?

Poliedros, solidos ó volúmenes geométricos.

Qué es *poliedro* ó volumen geométrico?

El cuerpo terminado por polígonos, los cuales reciben el nombre de caras del poliedro. (Fig. 39).

En qué se dividen los poliedros?

En *tetraedros* si tienen cuatro caras; *pentaedros* si tienen cinco; *hexaedros*, si tienen seis, etc.

Qué es diagonal de un poliedro?

La recta que une dos vértices no contiguos en la misma cara. (AD Fig. 39).

A qué se llama base y altura de un poliedro?

*Base*, al plano en el cual descansa la figura (BC Fig. 40), y *altura*, à la perpendicular bajada desde el vértice opuesto à la base à ésta misma base ó à su prolongación. (AO Fig. 40.)

Qué es área total de un poliedro?

La suma de las áreas de sus caras.

Qué es volumen de un poliedro?

La medida de su magnitud, considerada en sus tres dimensiones.

En qué se dividen los poliedros por razón de su figura?

En prismas, piràmides y poliedros regulares.

## PRISMA.

Qué es *prisma*?

El poliedro cuyas bases son dos caras paralelas é

Ayuntamiento de Madrid

iguales y paralelógramos todas las demás (Fig. 39).

Cuál es la altura de un prisma?

La distancia entre sus dos bases.

Cómo puede ser el prisma?

Triangular, cuadrangular, pentagonal, etc., según sea la figura de las bases.

Qué es prisma *recto* y qué *oblicuo*?

Recto, el que tiene las aristas de sus caras perpendiculares á la base, y oblicuo el que no las tiene perpendiculares.

Qué es prisma *truncado*?

La parte de prisma comprendido entre la base y un plano oblicuo á ella.

Qué es *paralelepípedo*?

El prisma cuyas bases son paralelógramos.

Qué es *romboedro*?

El paralelepípedo cuyas caras son seis rombos iguales.

Cómo se halla el área de un prisma?

Multiplicando el perímetro de una de sus bases por la altura, y sumado con las áreas de sus bases.

Cómo se halla el volumen de un prisma?

Para hallar el volumen de éste y demás poliedros se toma por unidad el cubo que consta de seis caras cuadradas é iguales. El volumen del prisma se obtiene multiplicando la superficie de una base por su altura.

## PIRÁMIDE.

---

Qué es *pirámide*?

El poliedro cuya base es un polígono cualquiera y sus caras laterales triángulos que tienen un vértice común llamado *cúspide*. (Fig. 42.)

En qué se clasifican las pirámides?

En *triangulares*, *cuadrangulares*, *pentagonales*, etc., según la figura del polígono de la base.

Qué es altura de una pirámide?

La perpendicular bajada desde la cúspide á la base.

Qué es apotema de la pirámide?

La perpendicular de cualquiera de sus caras laterales, trazada desde el vértice.

Qué es *pirámide truncada*?

La parte de pirámide comprendida entre la base y un plano secante paralelo á ella. (Fig. 43).

Cómo se halla el área de la pirámide?

Multiplicando la mitad de su apotema por el perímetro de la base, y sumando dicho producto con la base.

Y si la pirámide es truncada?

Multiplicando su apotema por la semi-suma de los perímetros de las bases, y sumando este producto con las bases.

Cómo se halla el volumen de la pirámide?

Multiplicando el área de la base por el tercio de su altura.

Por qué se mide así?

Porque toda pirámide es la tercera de un prisma de igual base é igual altura.

Cómo se halla el volumen de una pirámide truncada?

Multiplicando el tercio de su altura por la suma de sus bases y la media proporcional entre ellas.

### POLIEDROS REGULARES.

Cuántos son los poliedros regulares?

Cinco; à saber: tetraedro, exaedro ó cubo, octaedro dodecaedro é icosaedro.

*Tetraedro* es el poliedro formado por cuatro caras triangulares é iguales. (Fig. 44.)

*Exaedro ó cubo*, es el poliedro formado por seis cuadrados. (Fig. 45.)

*Octaedro*, el que está formado por ocho caras triangulares equiláteras. (Fig. 46.)

*Dodecaedro*, es el poliedro formado por doce caras pentagonales. (Fig. 47.)

*Icosaedro*, es el poliedro formado por veinte triángulos equiláteros. (Fig. 48.)

Cómo se halla el área de un poliedro?

Multiplicando el área de una de sus caras por el número de las que tenga.

Cómo se halla el volumen de un poliedro?

Multiplicando su área por el tercio de su altura, porque todo poliedro regular se puede descomponer en tantas pirámides regulares é iguales como caras tenga.

## CUERPOS REDONDOS.

Cuales son los cuerpos redondos?

El cilindro, el cono y la esfera.

Por que se llaman redondos?

Porque se consideran engendrados por el movimiento giratorio de un plano alrededor de una línea fija.

Qué es cilindro?

Un cuerpo redondo engendrado por un rectángulo que gira alrededor de uno de sus lados. (Figura 49.)

A que se llaman bases del cilindro?

A las dos circunferencias paralelas.

Qué es altura del cilindro?

La distancia entre sus bases.

Qué es eje del cilindro?

La línea que une los centros de las bases. (OP. Fig. 49.)

Qué es cilindro recto y qué oblicuo?

Recto es aquél cuyo eje es perpendicular á la base, y oblicuo el que no es perpendicular.

Cómo puede considerarse el cilindro?

Como un prisma regular de infinito número de caras.

Como se halla el área del cilindro?

Multiplicando la circunferencia de la base por la altura, y sumando el producto con el área de las bases.

Cómo se halla el volumen del cilindro?

Multiplicando el área de la base por la altura.

Qué sucede si se corta un cilindro con un plano?

Si el plano es paralelo á la base, la intersección es un círculo; y si es oblicuo, es una elipse

Qué es cono?

El cuerpo engendrado por la revolución de un triángulo rectángulo que gira alrededor de uno de sus catetos. (Fig. 49 bis.)

Qué es base del cono?

El círculo en que descansa.

Y altura?

La línea ó eje trazado desde el vértice ó cúspide al centro de la base. (OM. Fig. 49 bis.)

Qué es cono recto y qué oblicuo?

Cono recto es aquél cuyo eje es perpendicular al centro de la base, y oblicuo, el que no lo es.

Qué es cono truncado?

La parte de cono comprendida entre la base y un plano paralelo á ella.

Cómo se halla el área del cono?

Multiplicando el perímetro de la base por la mitad de la altura, y sumando este producto con el área de la base.

Cómo se halla el volumen del cono?

Multiplicando el área de la base, por el tercio de su altura.

Por qué se mide así?

Porque el cono puede considerarse como una pirámide regular de infinito número de caras.

Qué sucede si se corta un cono con un plano?

Si el plano es paralelo á la base, la sección que resulta es un círculo, y si es oblicuo, una rama de parábola ó de elipse.

Qué es esfera?

Un cuerpo redondo engendrado por un círculo que gira alrededor de uno de sus diámetros. (Figura 50.)

Qué cosas hay que considerar en una esfera?

Eje, centro, polos, círculos máximos y mínimos, y zona esférica.

*Eje*, es el diámetro del círculo generador, á cuyos extremos se llaman *polos*. (BM Fig. 50.)

*Centro* de la esfera es el del círculo generador. (O Fig. 50.)

Círculo *máximo* es aquél cuyo plano pasa por el centro de la esfera, y *mínimo* aquél que no pasa por el centro (AC y ST Fig. 50.)

*Zona esférica* es la parte de esfera comprendida entre dos círculos. (ST AC Fig. 50.)

Qué es plano tangente á una esfera?

El que la toca en un solo punto.

Qué sucede si se corta á la esfera con un plano cualquiera?

Que la sección resultante es siempre un círculo.

Cómo se halla el área de la esfera?

Multiplicando la longitud de uno de sus círculos máximos por su diámetro; ó lo que es lo mismo, multiplicando por 4 el área de su círculo máximo.

Cómo se halla el volumen de la esfera?

Multiplicando el área de la esfera por el tercio del radio.

Por qué?

Porque toda esfera puede considerarse como

un conjunto de infinitas pirámides iguales que tienen su vértice en el centro.

*Qué es elipsoide?*

El volumen engendrado por una elipse que gira alrededor de su diámetro.

*Qué relación guardan entre sí los volúmenes?*

La de los cubos de sus aristas ó lados; es decir, que un poliedro que tenga una arista dos veces mayor que otro, su volumen será ocho veces mayor que el del otro.



## EJERCICIOS

### A PULSO SOBRE LAS LINEAS Y CIRCUNFERENCIA

- 1.º Construir varias líneas rectas.
- 2.º Dados dos puntos construir rectas.
- 3.º Trazar varias líneas curvas.
- 4.º Trazar curvas á la inver.a de las anteriores y de arriba á abajo.
- 5.º Trazar líneas rectas de puntos.
- 6.º Trazar líneas curvas de puntos.
- 7.º Dibujar líneas mixtas.
- 8.º Dibujar líneas quebradas.
- 9.º Dibujar líneas quebradas que pasen por varios puntos.
10. Dibujar líneas verticales.
11. Trazar verticales que pasen por un punto dado.
12. Trazar horizontales que pasen por un punto dado.
13. Dibujar líneas inclinadas.
14. Sumar varias líneas rectas.
15. Restar de una recta mayor otra menor.
16. Multiplicar una recta dada por tres, cuatro ó cinco.

16. Dividir una recta en dos partes iguales, en cuatro, etc.
18. Dividir una línea curva en dos, cuatro, etc. partes iguales
19. Construir una circunferencia.
20. Trazar una circunferencia de puntos.
21. Dibujar en una circunferencia varios radios y diámetros.
22. Dibujar en una circunferencia varias cuerdas, secantes y tangentes.
23. Señalar en una circunferencia el sector y segmento.
24. Trazar circunferencias concéntricas.
25. Dibujar circunferencias tangentes interior y exteriormente.
26. Trazar circunferencias secantes.
27. Dividir una circunferencia en dos, cuatro y ocho partes iguales.
28. Trazar una circunferencia que pase por tres puntos no situados en línea recta.

## EJERCICIOS Y PROBLEMAS

*sobre los ángulos, perpendiculares, oblicuas y paralelas*

- 1.º Construir varios ángulos, nombrando el vértice y los lados.
- 2.º Dibujar ángulos rectos.
- 3.º Dibujar ángulos obtusos y agudos.
- 4.º Trazar un ángulo formado por dos líneas curvas.

- 5.º Medir un ángulo con el semicírculo graduado.
- 6.º Trazar un ángulo de cualquier número de grados con el auxilio del transportador.
- 7.º Trazar un ángulo igual á otro, con dicho instrumento.
- 8.º Dibujar un ángulo igual á la suma ó diferencia de otros dos.
- 9.º Duplicar ó triplicar un ángulo.
10. Dividir un ángulo en dos, cuatro ú ocho partes iguales.
11. Bajar una perpendicular á una recta desde un punto dado fuera de ella.
12. Dibujar ángulos adyacentes.
13. Dibujar ángulos opuestos por el vértice.
14. Marcar el complemento de un ángulo agudo y el suplemento de un obtuso.
15. Dibujar y medir un ángulo inscrito
16. En un punto de una recta levantar una perpendicular.
17. En un extremo de una línea inclinada levantar una perpendicular.
18. Los mismos ejercicios 15, 16 y 17 con el auxilio de la escuadra ó cartabón.
19. Trazar varias oblicuas.
20. Trazar verticales paralelas.
21. Dibujar inclinadas y horizontales paralelas.
22. Dibujar curvas paralelas.
23. Dibujar líneas quebradas paralelas.
24. Señalar en las paralelas y secante, los ángulos alternos y los correspondientes.

PROBLEMAS.—1.º Dividir una recta en dos partes iguales.

2.º En un punto de una recta levantar una perpendicular.

3.º En un extremo de una recta levantar una perpendicular.

4.º Desde un punto fuera de una horizontal, vertical ó inclinada, bajar una perpendicular.

5.º Trazar la bisectriz de un ángulo.

6.º Dibujar un ángulo igual á otro.

7.º Dibujar un ángulo equivalente á la suma ó diferencia de otros dos.

8.º Duplicar y triplicar un ángulo.

9.º Por un punto fuera de una recta, trazar una paralela á dicha recta.

10. Por tres puntos que no estén en línea recta, hacer pasar una circunferencia.

11. Hallar el centro de una circunferencia.

12. Dividir una circunferencia en dos, cuatro y ocho partes iguales.

13. Trazar una tangente á la circunferencia por un punto dado en ella.

14. Dirigir una tangente á la circunferencia desde un punto fuera de ella.

15. Dirigir una tangente á la circunferencia desde un punto de otra circunferencia.

### EJERCICIOS SOBRE LOS POLIGONOS.

1.º Dibujar un triángulo cualquiera.

2.º Dibujar triángulos rectángulos, acutángulos y obtusángulos.

- 3.º Dibujar triángulos equiláteros, isósceles y escalenos.
- 4.º Señalar en un triángulo la base y la altura.
- 5.º Dibujar un triángulo rectángulo isósceles, nombrando sus lados.
- 6.º Trazar un trapezoide y tirar en él una diagonal.
- 7.º Dibujar las dos clases de trapeacios.
- 8.º Dibujar los diferentes paralelogramos.
- 9.º Dibujar polígonos de más de cuatro lados.
10. Señalar en un polígono la apotema.
11. Calcular el valor de los ángulos de un polígono.
12. Calcular el valor de cada uno de los ángulos de un polígono.
13. Descomponer un polígono regular en triángulos.
14. Dibujar un polígono irregular y descomponerlo en triángulos.
15. Dibujar polígonos semejantes.
16. Dibujar un rombo y un cuadrado, manifestando su diferencia.
17. Dibujar un romboide y un rectángulo, indicando su diferencia.
18. Dividir un romboide en cuatro triángulos.
19. Dividir un rectángulo en cuatro rectángulos iguales.
20. Dividir un cuadrado y un romboide en otros cuatro polígonos semejantes.
21. Dibujar un rombo interior y paralelo à otro.

22. Calcular el valor de un ángulo cualquiera de un triángulo conocido el de los anteriores.
23. Inscibir polígonos á la circunferencia.
24. Inscibir circunferencias á varios polígonos
25. Inscibir y circunscibir un cuadrado y un octógono á una circunferencia.

PROBLEMAS.—1.º Dado un lado construir un triángulo equilátero.

2.º Dibujar un triángulo isósceles conociendo dos de sus lados.

3.º Dibujar un triángulo escaleno dados sus lados.

4.º Dados dos lados y un ángulo construir un triángulo.

5.º Dados un lado y dos ángulos construir un triángulo.

6.º Dados un cateto y la hipotenuusa construir un triángulo.

7.º Dada la hipotenuusa construir un triángulo rectángulo isósceles.

8.º Dibujar un triángulo igual á otro.

9.º Dadas las dos bases construir un trapecio.

10. Dado un lado construir un cuadrado.

11. Dada la diagonal construir un cuadrado.

12. Dadas las diagonales construir un rombo.

13. Dado un lado y un ángulo agudo ú obtuso construir un rombo.

14. Dados dos lados construir un rectángulo.

15. Dadas las diagonales construir un romboide.

16. Dados un ángulo obtuso ó agudo y dos lados construir un romboide.

17. Construir tres romboides equivalentes.
18. Dibujar dos triángulos equivalentes.
19. Hacer un trapezoide igual á otro dado.
20. Dibujar un polígono irregular igual á otro dado.
21. Dado un lado construir un pentágono.
22. Dado un lado dibujar un exágono.
23. Dado un lado formar un eptágono y luego un octógono.
24. Dividir una circunferencia en 5 partes iguales é inscribir en ella un pentágono.
25. Dividir una circunferencia en 6 y 12 partes iguales.
26. Dividir una circunferencia en 7 partes iguales.
27. Procedimiento numérico para inscribir en una circunferencia un polígono regular.
28. Procedimiento gráfico para dividir la circunferencia en cualquier número de partes iguales.
29. Inscribir una circunferencia á un triángulo cualquiera.
30. Inscribir un octógono á un cuadrado.
31. Dividir una recta en cualquier número de partes iguales.
32. Dividir una recta en partes proporcionales á otras dos.
33. Hallar la razón de dos rectas.
34. Dividir una recta en media y extrema razón.
35. Hallar una cuarta proporcional á tres rectas dadas.
36. Aplicación de este problema á la medición de distancias inaccesibles.

37. Hallar una tercera proporcional á dos rectas dadas.
38. Rectificar una circunferencia.
39. Reducir un polígono á otro equivalente que tenga un lado menos.
40. Reducir un polígono á triángulo equivalente.
41. Reducir un círculo á cuadrado equivalente.
42. Reducir un triángulo á cuadrado equivalente.
43. Dibujar un polígono semejante y proporcional á otro.
44. Duplicar un triángulo y un cuadrado.
45. Duplicar un círculo.
46. Formar la escala universal, manifestando sus usos.
47. Dibujar un triángulo equivalente á otros dos.
48. Dibujar un óvalo.
49. Dados los ejes dibujar un óvalo.
50. Hallar el centro de un óvalo.
51. Dibujar una elipse por un movimiento continuo.
52. Determinar los puntos que se quieran en una elipse.
53. Dada una elipse hallar los focos.
54. Trazar una tangente á la elipse.
55. Trazar una normal á la elipse.
56. Dibujar un arco ojival.
57. Dibujar la figura de un huevo.
58. Trazar la espiral de Arquímedes.

59. Dibujar una espiral de dos centros' después de tres y después de cuatro.  
60. Dibujar la envolvente de la circunferencia.  
61. Construcción del círculo, de la elipse y del huevo, por puntos.

### PROBLEMAS NUMÉRICOS.

- 1.º Hallar el área de un triángulo dadas la base y altura.  
2.º Id. la del trapezoide.  
3.º Las bases de un trapezio son 5,75 m, y 17,93 m, y su altura 7 m, cuántos m.<sup>2</sup> tendrá de superficie?  
4.º Una huerta de figura cuadrada tiene por cada lado 24 metros, cuántos tendrá de extensión superficial?  
5.º Una escuela de 15 m. de largo y 7,50 de ancho, cuántos m.<sup>2</sup> tendrá de superficie?  
6.º Un campo de forma romboidal tiene de base 157 m. y 35 cm. y de altura 93 m. y 17 cm. cuántos m.<sup>2</sup> tendrá de área?  
7.º Hallar el área de un terreno de forma irregular.  
8.º Una huerta que tiene 112 m. de longitud y 74 de latitud, quiere reducirse à cuadrado equivalente; cuántos metros tendrá el lado de dicho cuadrado?  
9.º Se quiere entarimar una sala de forma rectangular cuyas dimensiones son 17 m. por 9,53, con tablas de 1,50 m. de largo y 0,15 cm. de ancho; cuántas tablas se necesitarán?

10. Con planchas de zinc de 0,57 m. de longitud por 0,17 de latitud se quiere forrar un tejado de forma octogonal, siendo la apotema de 7 m. y cada uno de sus lados 3,47 m; cuántas planchas serán necesarias?

11. Cuántos m.<sup>2</sup> de paño se necesitan para forrar una mesa de 2,50 m. de largo y 1,75 de ancho?

12. En un circo que tiene 7 m. de radio, se quiere poner una barandilla de hierro alrededor y se desea saber el número de metros que se emplearán.

13. Cuál será el radio de un estanque circular cuya circunferencia es de 46 m?

14. Cuántos m.<sup>2</sup> ocupa un jardín circular, cuyo radio es 18 m. y 25 cm.?

15. Si el diámetro de una peseta son 23 mm. cuántos tendrá de circunferencia?

16. Cuál será el radio de la Tierra siendo su circunferencia 40 millones de metros?

17. Un arco de 15° y 9' tiene 19,76 m. de longitud; cuántos metros tendrá su circunferencia?

18. Los diámetros mayor y menor de un teatro ovalado son 25 m. y 19 m.; cuántos metros tendrá el óvalo de dicho teatro?

19. Cuántos m.<sup>2</sup> tendrá dicho teatro supuestas las mismas dimensiones?

20. Cuál será el área de un sector que tiene de radio 18 m y 15 cm. y la longitud de su arco 19°?

## EJERCICIOS SOBRE LOS POLIEDROS.

- 1.º Dibujar un plano horizontal dados tres puntos.
- 2.º Dibujar un plano vertical y otro inclinado.
- 3.º Dibujar un plano perpendicular á otro.
- 4.º Dibujar un plano paralelo ú oblicuo á otro.
- 5.º Construir un ángulo diedro.
- 6.º Dibujar las diversas clases de ángulos diedros.
- 7.º Dibujar dos ángulos diedros adyacentes.
- 8.º Dibujar un ángulo poliedro.
- 9.º Dibujar un prisma triangular.
10. Dibujar un prisma cuadrangular.
11. Dibujar un prisma pentagonal.
12. Dibujar dos prismas semejantes.
13. Dibujar una cruz prismática.
14. Dibujar un prisma oblicuo.
15. Dibujar una pirámide triangular.
16. Dibujar una pirámide cuadrangular.
17. Dibujar una pirámide truncada.
18. Dibujar dos pirámides semejantes.
19. Dibujar una pirámide pentagonal oblicua.
20. Dibujar un paralelepipedo.
21. Dibujar un romboedro.
22. Dividir un prisma en tres pirámides.
23. Desarrollar un prisma cuadrangular.
24. Desarrollar una pirámide pentagonal.
25. Dibujar un tetraedro.
26. Desarrollar el tetraedro.

27. Dibujar un exaedro.
28. Dibujar el decimetro cúbico.
29. Desarrollar un exaedro.
30. Dibujar un octaedro.
31. Desarrollar un octaedro.
32. Dibujar el icosaedro.
33. Dibujar el dodecaedro.
34. Desarrollar el icosaedro y el dodecaedro.
35. Dibujar y desarrollar un cilindro señalando la base y altura.
36. Dibujar un cilindro oblicuo.
37. Dibujar un cono recto.
38. Dibujar un cono truncado.
39. Dibujar un cono oblicuo.
40. Desarrollar un cono truncado.
41. Dibujar una esfera y en ella los círculos máximos y mínimos.
42. Dibujar un esferoide.
43. Dibujar un mapa-mundi, señalando el eje, ecuador, círculos máximos, etc.
44. Desarrollar una esfera.

#### PROBLEMAS NUMÉRICOS.

---

- 1.º Dadas las tres dimensiones de una sala de forma prismática calcular su volumen.
- 2.º Cual será el volumen de una pirámide que tiene 18 m.<sup>2</sup> de base y 15 de altura?
- 3.º Cual será el área lateral de una pirámide cuadrangular, siendo las dimensiones de la base 14 y 25 metros, y la apotema de 50 metros?

4.º Cuál será el área de una tabla prismática rectangular, que tiene 8,57 m. de longitud, 0,75 metros de latitud y 0,15 cm. de grueso?

5.º Cuál será el volumen en dm.<sup>3</sup> de la tabla anterior?

6.º Cuál será el volumen de gas que tiene una caldera prismática exagonal, siendo la apotema de la base 3,55 m., 4.25 al lado de dicha base y 6,54 la altura?

7.º Pesando el mercurio 13,6 veces más que el agua, cuánto pesará el contenido en un frasco prismático de base cuadrada, siendo uno de sus lados de 15 cm y 23 cm. la altura?

8.º Hallar el área lateral de un cilindro que tiene 15 cm. de circunferencia y 25 cm. de altura.

9.º Cuántos cm.<sup>3</sup> de materia contiene un cilindro de 1,27 m. de longitud y de 7 cm. de diámetro?

10. Siendo el peso específico del pino 0,6, cuánto pesará una madera cilíndrica que tiene 6,13 m. de altura y 7 cm. de radio?

11. Hallar el área lateral de un cono que tiene de lado 6,45 m. y la circunferencia de su base 18,75 m.

12. Cuál es el volumen de un cono de azúcar que tiene 63 cm. de altura y 15 cm. de diámetro en su base?

13. Cuál será el área de una esfera cuyo diámetro es 25 cm.?

14. Cuántos cm.<sup>2</sup> de oro se necesitan para dorar una esfera, siendo la longitud de su círculo máximo 1,97 cm.?

15. Hallar el volumen de dicha esfera.
16. Cuántos  $\text{cm.}^3$  contiene una esfera de 15 centímetros de diámetro?
- 17.Cuál será el volumen de la Tierra sabiendo que tiene 6.366 km. de radio y 40.000 kilómetros de circunferencia?
18. Cuánto pesará una esferita de plata de 3 cm. de diámetro, siendo el peso específico de la plata 10,474?
19. Siendo el volumen de una esfera de 15  $\text{dm.}^3$ ; cuántos tendrá otra esfera de doble diámetro?
20. Siendo el volumen de una esfera de 512  $\text{cm.}^3$ ; cuántos tendrá otra cuyo diámetro sea la mitad del anterior?

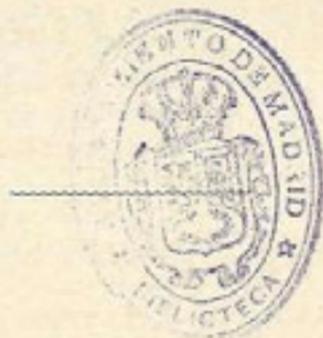


TABLA DE PESOS ESPECÍFICOS.

	Agua	pesa	1 Kg.
	Agua de mar	»	1.026
	Vino	»	0.995
	Acido sulfúrico	»	1.800
	Aceite de olivas	»	0.900
	Alcohol	»	0.800
	Mercurio	»	13.600
	Corcho	»	0.200
	Pino	»	0.600
	Mármol	»	2.800
El decímetro cúbico de	Diamante	»	3.500
	Hielo	»	0.900
	Azufre	»	2.000
	Carbón de piedra	»	1.300
	Zinc	»	6.900
	Vidrio	»	2.500
	Hierro	»	7.8
	Cobre	»	8.8
	Plata	»	10.474
	Plomo	»	11.4
Oro	»	19.3	
Platino	»	22.1	



Ayuntamiento de Madrid

Véndese esta obrita en la Imprenta de los Sres. Hjos de I. R. Baroja, San Sebastián; y en Madrid en la librería del Sr. Hernando, Arenal, 11.

*Reseña histórico-geográfica de Guipúzcoa* por el mismo, 2.<sup>a</sup> edición, 25 céntimos ejemplar.

*Nociones de Geografía* por el mismo, segunda edición á 40 céntimos.

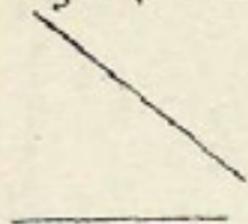
*Nociones de Historia de España* 40 céntimos.

*Elementos de Aritmética* 2.<sup>a</sup> edición 1,75 pesetas.

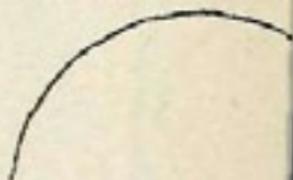
*Reseña histórico-geográfica de Madrid* 30 céntimos.

Ayuntamiento de Madrid

(Fig. 13.)



2a

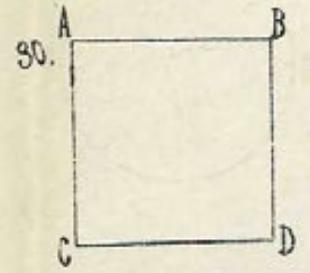
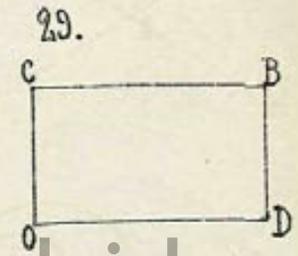
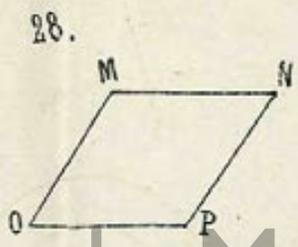
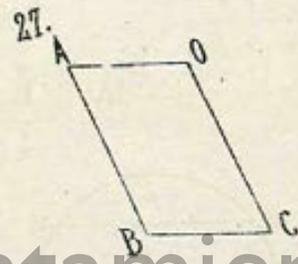
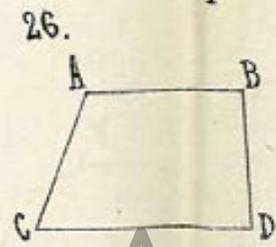
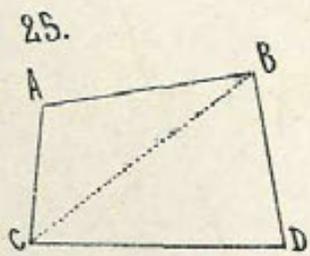
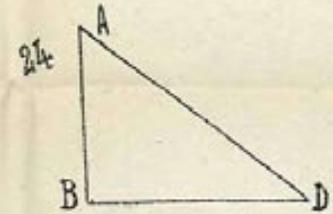
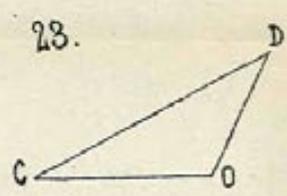
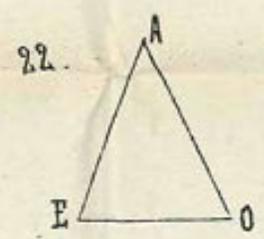
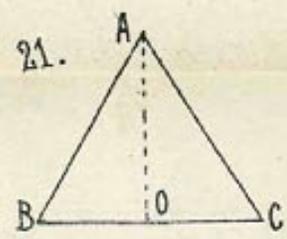
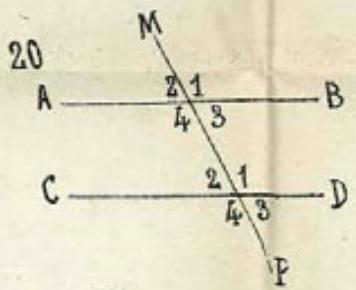
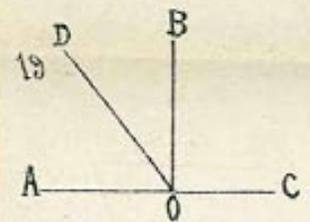
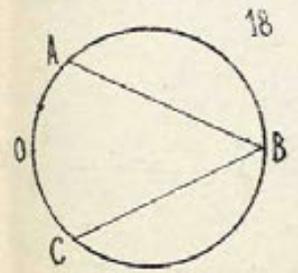
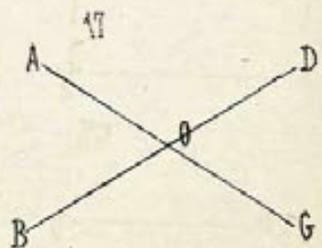
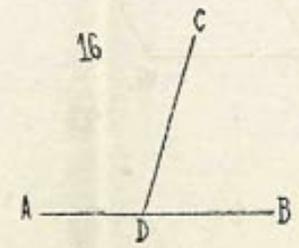
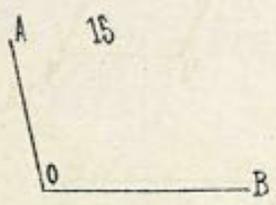
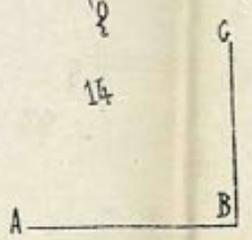
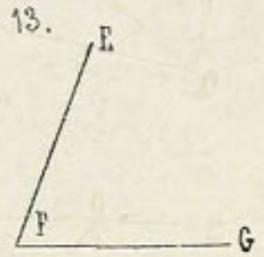
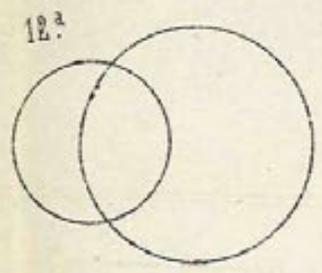
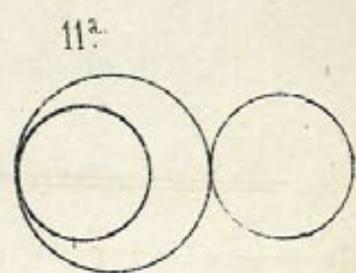
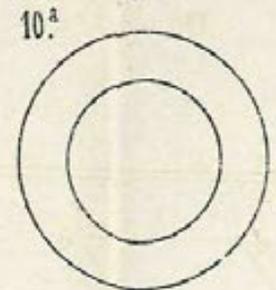
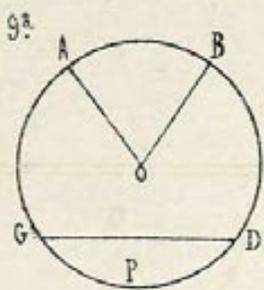
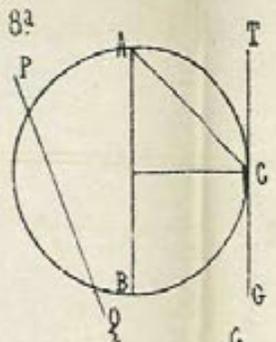
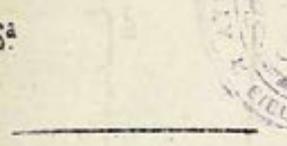
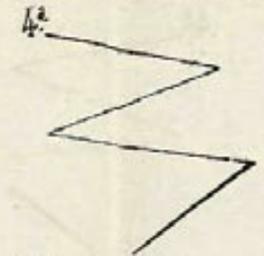
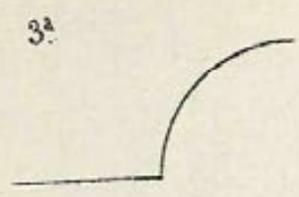
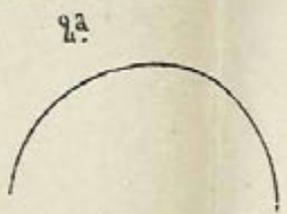
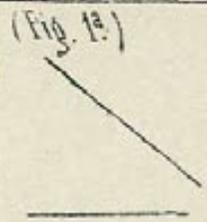


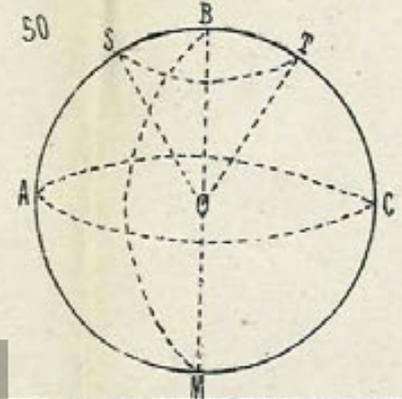
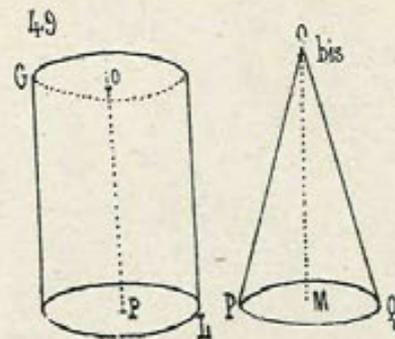
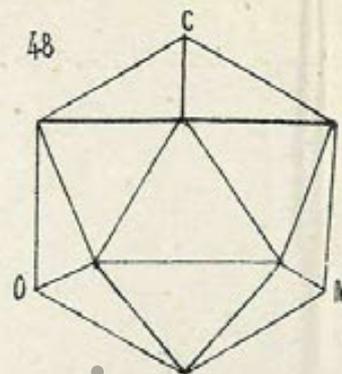
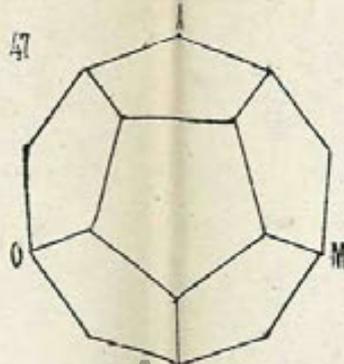
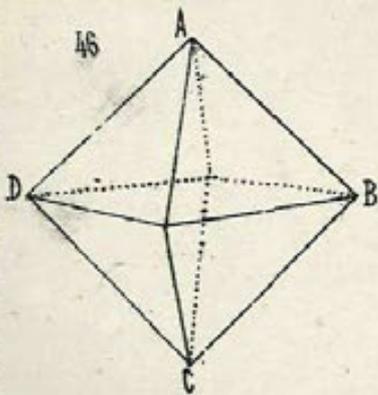
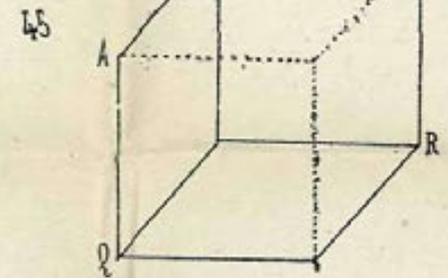
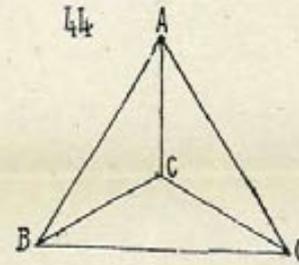
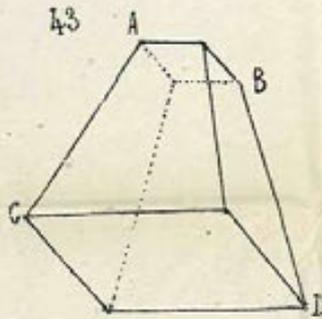
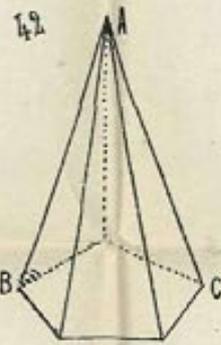
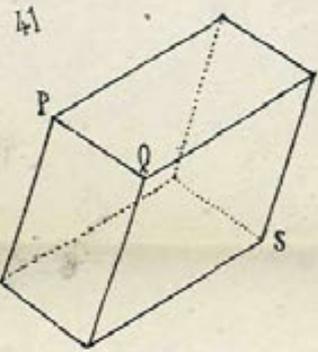
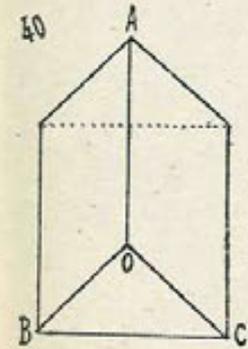
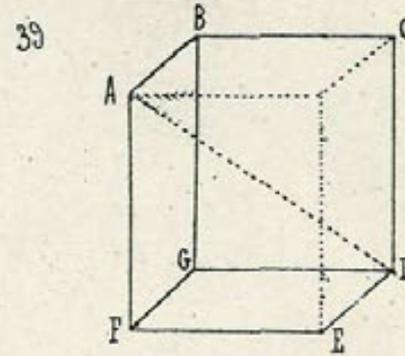
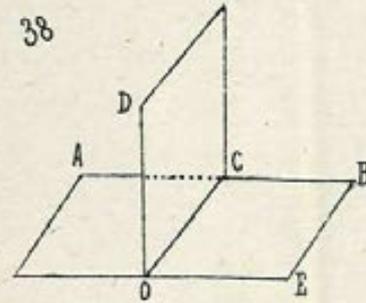
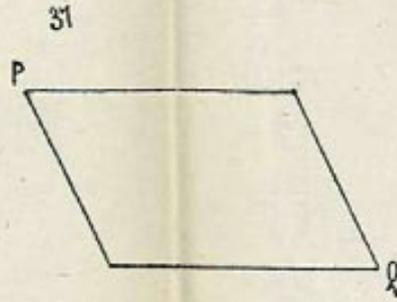
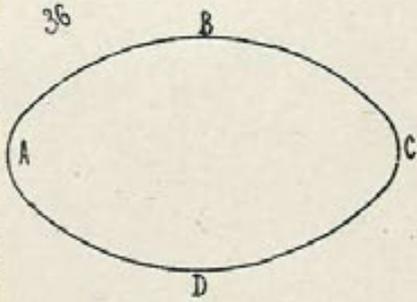
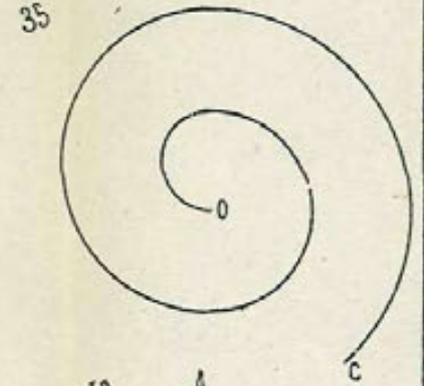
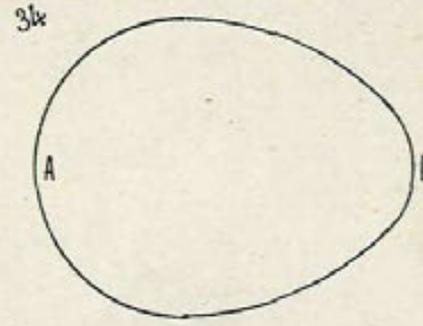
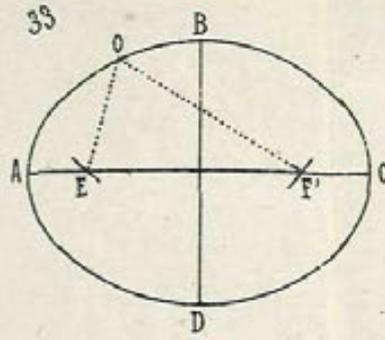
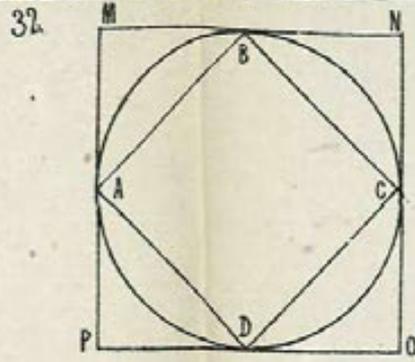
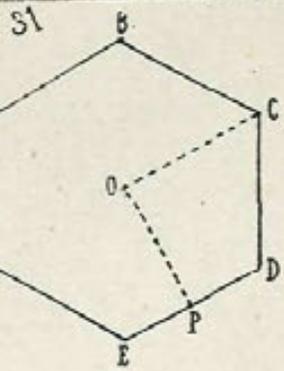
8a



10









Ayuntamiento de Madrid

Ayuntamiento de Madrid

Ayuntamiento de Madrid