

# REVISTA TECNOLÓGICO-INDUSTRIAL

---

PUBLICACIÓN MENSUAL

DE LA

ASOCIACION DE INGENIEROS INDUSTRIALES  
AGRUPACIÓN DE BARCELONA

---

PREMIADA CON MEDALLA DE ORO EN LA EXPOSICIÓN UNIVERSAL DE BARCELONA DE 1888  
Y EN LA DE BOSTÓN DE 1883; Y CON MEDALLA DE PLATA EN LA DE PARÍS DE 1889 Y  
EN LA DE BRUSELAS DE 1897.

---

## SUMARIO

Contribución al estudio de la teoría de los arietes hidráulicos (*Conclusión*), por *F. Mirapeix*.  
—Indicación de una fórmula la más general para los C de G. Investigación de una  
fórmula la más general para los M de I, por *J. Gall*.—Sustitución de un puente metá-  
lico para vía férrea sin interrumpir el servicio.—Noticias: Vidrios que impiden el paso  
de los rayos solares.—Aparato para medir el desgaste de los carriles —Expedición al  
Norte de África, Marruecos y Río de Oro.—Bibliografía —Libros recibidos.

---

BARCELONA

La Redacción y Administración, en el local de la Asociación: Calle de Pelayo, n.º 9, entresuelo

Telefono. 541

Ayuntamiento de Madrid

## COMISIÓN DE LA REVISTA

PRESIDENTE.—El de la Agrupación  
D. José Mestres Gómez

VOCALES.—D. José Cabanach.  
D. José M.<sup>a</sup> Cornet y Enrich.  
" D. Andrés Piñol.  
" D. Bernardo Puig.  
" D. José Solá Oliveras.  
" D. Fernando Tallada.

SECRETARIO.—D. Andrés Guillamot.

DIRECTORES DELEGADOS

D. José Playá.  
D. José Serrat y Bonastre.

### PRECIOS DE SUSCRIPCIÓN

10 Pesetas anuales en toda España y 12 en el Extranjero  
Un número suelto UNA Peseta.

Para los anuncios se enviará la tarifa á quien lo solicite.

La Asociación no es responsable de las opiniones emitidas por sus miembros en las discusiones, ni de las notas ó trabajos publicados en la REVISTA.

# ACADEMIA POLITÉCNICA

DIRIGIDA POR

## D. JACINTO PLANAS Y ROSICH

INGENIERO INDUSTRIAL

5, PLAZA DE LA UNIVERSIDAD, 5 (Frente á la Universidad) - BARCELONA

### SECCIÓN DE CIENCIAS

Preparación para las carreras de *Ingeniero, Arquitecto, Ciencias, Prácticos Industriales y Peritos Mecánicos, Electricistas, Metalurgistas ensayadores, Químicos, Aparejadores y Manufactureros*. Cursos de ampliación para las carreras de *Medicina y Farmacia*.

### — PENSIONADO —

Clases generales de las siguientes asignaturas de la escuela: *Mecánica Industrial, Estereotomía, Física Industrial, 1.<sup>er</sup> curso (calor), Análisis químico, Hidráulica, Física Industrial, 2.<sup>o</sup> curso (Electricidad), Química inorgánica, Construcciones, Máquinas, 1.<sup>er</sup> curso.*

Ayuntamiento de Madrid

# Academia Tecnológica

Dirigida por el Ingeniero industrial, mecánico y químico

**D. Pedro Rius y Matas**

Preparación completa para el ingreso en la Escuela de Ingenieros industriales.

## ALUMNOS INTERNOS Y EXTERNOS

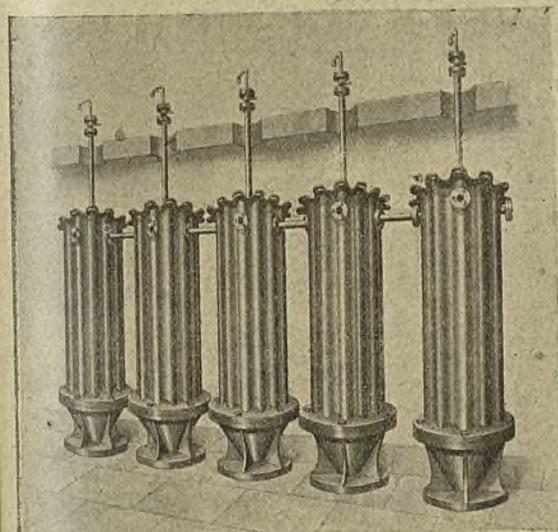
Para los alumnos *no bachilleres* funcionan las clases correspondientes al **Peritaje industrial** en sus varias especialidades (mecánico, químico, *electricista*, etc.), con arreglo á los programas de la Escuela Superior de Industrias de Tarrasa.

## DIBUJOS DE INGRESO É INDUSTRIALES

Pelayo, 12, 1.<sup>o</sup>—BARCELONA

**RICARDO ZARAGOZA**

BARCELONA—Valencia, núm. 223.



Sección de un conducto de humos.  
Vista de una instalación de **Economizadores EMILIA**

## Economizador "EMILIA"

(Recalentadores de agua para la alimentación de calderas.)

Economía de carbón de 10 á 25 %.—Impide las incrustaciones.—Su limpieza interior es automática y en marcha.—No existe en él ningún movimiento mecánico.

Calderas multitubulares inexplorables

sistema **NICLAUSSE**

Máquinas de vapor,

Condensadores. & &

Agradeceremos á nuestros lectores que al dirigirse á los anunciantes citen la Revista Tecnológico Industrial.

Ayuntamiento de Madrid

# PLANAS, FLAQUER Y COMP.<sup>A</sup>

## CONSTRUCTORES DE MAQUINAS

TALLERES EN GERONA fundados en el año 1857

Dirección general: Plaza de Cataluña, 12, 1.º — BARCELONA

### CONSTRUCCIONES MECÁNICAS

Especialidad en **Turbinas** y toda clase de **Motores hidráulicos**. (Construidos más de 1100, con una fuerza superior á 75000 caballos.

**TURBINAS** á libre desviación, á reacción y límites para funcionar inmersas y con aspiración, de eje vertical y horizontal á cámara abierta y con cámara cerrada.

Especialidad en **Turbinas Francis** á distribuidor con palas móviles.

**Turbinas a gran velocidad** para pequeños saltos y grandes caudales apropiadas para el movimiento de máquinas eléctricas.

**Ruedas «Pelton»** para grandes saltos y pequeños caudales.

**Reguladores** de alta precisión y de gran sensibilidad para turbinas

**Transmisiones** de movimiento de todas clases. — **Prensas hidráulicas** con cilindros de acero fundido — **Bombas** de todas clases. Especialidad en bombas centrífugas para grandes y pequeñas alturas.

### CONSTRUCCIONES ELÉCTRICAS

**Máquinas y Motores eléctricos** de todas clases. (Fuerza total de las construídas superior á 60.000 caballos).

**Grandes dinamos** de corriente continua á pequeña velocidad para estaciones centrales.

**Máquinas** de corriente alternativa monofase.

**Alternadores** de corriente trifase para utilización de energía eléctrica á gran distancia.

Especialidad en **alternadores** para la fabricación de carburo de calcio.

**Transformadores**, con ventilación natural y con baño de aceite y refrigeración artificial.

Especialidad en **transformadores** para altas tensiones.

**Motores** de corriente continua, alternativa (mono y polifase) á grandes y pequeñas velocidades y arranque automático

**Reguladores** automáticos y á mano. — **Aparatos de medida.** — **Accesorios**

para estaciones centrales y para toda clase de instalaciones — **Lamparas** de arco de incandescencia y material vario. — **Cables**, conductores, aéreos y subterráneos, aisladores, etc.

### INSTALACIÓN COMPLETA DE ESTACIONES CENTRALES

Alumbrado eléctrico de poblaciones.

Especialidad en Turbo-Alternadores de eje vertical ú horizontal. \* Electro-bombas para riegos y grandes elevaciones de agua  
Transporte y distribución de energía eléctrica á grandes y pequeñas distancias. — Importantes aplicaciones efectnadas. — *Pidanse proyectos y presupuestos.*

## Patentes de Invención

Y

MARCAS DE FÁBRICA Y DE COMERCIO

OFICINA INTERNACIONAL

BAJO LA DIRECCIÓN DE

**D. GERÓNIMO BOLIVAR**

INGENIERO INDUSTRIAL

Ronda de la Universidad, 19. — BARCELONA

Redacción de Memorias y solicitudes. — Planos. Pago de anualidades. Expedientes de puestas en práctica. — Consultas y dictámenes sobre nulidad de patentes y cuanto se relaciona con la obtención y venta de patentes en España y en el extranjero.

Agradeceremos á nuestros lectores que al dirigirse á los anunciantes citen la Revista Tecnológico Industrial.

Ayuntamiento de Madrid

# LA MAQUINISTA

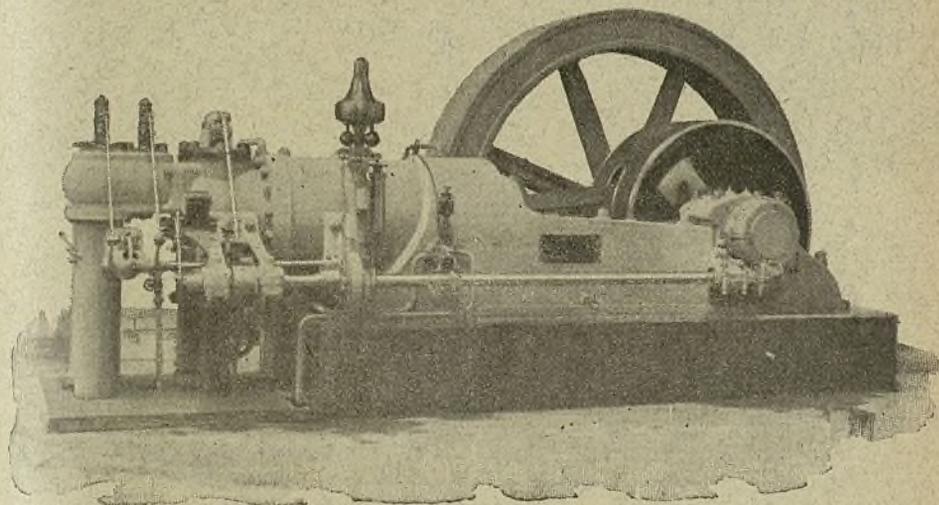
## TERRESTRE Y MARÍTIMA

### BARCELONA

Talleres de Construcción: BARCELONETA

---

Motores de gas.—Instalaciones de gas pobre.—Gasógenos de aspiración.



**MÁQUINAS DE VAPOR** fijas, semifijas y portátiles.

**GENERADORES DE VAPOR** y demás trabajos de calderería.

**MOTORES HIDRAULICOS** de todas clases.

**MAQUINAS MARINAS.**

**LOCOMOTORAS Y MATERIAL FIJO** para ferrocarriles.

**CONSTRUCCIONES METÁLICAS;** puentes, armaduras, mercados públicos.

**GRUAS DE MANO, DE VAPOR,** hidráulicas y eléctricas.

**MATERIAL DE DRAGADO**

**TRANSMISIONES.**

**FUNDICIÓN DE HIERRO Y BRONCE.**

**PROYECTOS INDUSTRIALES.**

---

Agradeceremos á nuestros lectores que al dirigirse á los anunciantes citen la Revista Tecnológico Industrial,

Ayuntamiento de Madrid

# GRAN FABRICA DE OBJETOS REFRACTARIOS Y GRES

FUNDADA EN 1840

✈ POR ✈

## CUCURNY

DESPACHO :

### BARCELONA

DIRECCIÓN TELEGRÁFICA: Refatarios



## GRANDES EXISTENCIAS DE LADRILLOS DE TODAS FORMAS

## VENTA DE TIERRAS REFRACTARIAS

Retortas y piezas para hornos á gas, sulfuro de carbono.

Ladrillos y piezas para generadores de gas pobre.

Piezas y ladrillos para Altos Hornos, estufas Caupper para hornos de porcelana, cemento Portland, cal, etc., etc.

Hornos y Muflas para la cocción y decoración de la Mayolica, vidrio, porcelana, etc., etc.

Hornos especiales para fundir toda clase de metales.

Crisoles, Copelas y Muflas, Escorificadores y Calcinadores para análisis de cualquier mineral.

Crisoles de Grafito para fundición de bronce.

Especialidad en Tubería de Gres incorrosible á los ácidos y muy superior á las de hierro y cemento.

Baldosin de Gres para solados de andenes, pesebres, cuabras, etc., etc.

Vasos en gres y porosos para pilas eléctricas.

Recipientes de Gres rectos y cilíndricos para la Galvanoplastia.

Medidas Gres del sistema decimal para la medición y trasiego de ácidos.

---

Agradeceremos á nuestros lectores que al dirigirse á los anunciantes citen la Revista Tecnológico Industrial.

Ayuntamiento de Madrid

# Serra y Hernandez, Ingenieros

## OFICINA TÉCNICA INTERNACIONAL

Para la obtención de

**Patentes de invención y de introducción.**  
**Certificados de adición.—Registro de marcas, dibujos,**  
**modelos, nombres comerciales,**  
**recompensas industriales**

Registro legal de transferencias	)	Copias de Patentes en vigor
Puesta en práctica de las	)	y caducadas
invenciones	)	Formación y copias de planos
Pago de cuotas anuales	)	Traducciones
	)	en todos los idiomas.

**Precios sumamente reducidos**

---

### EXTRANJERO

---

Esta casa tiene correspondientes en todos los países  
y puede, en inmejorables condiciones, encargarse de la obtención de  
Patentes y Marcas.

**Rambla de Canaletas, 5.—Barcelona**

---

## EXPLOSIONES DE GENERADORES DE VAPOR

POR EL INGENIERO INDUSTRIAL

**G. J. DE GULLÉN-GARCIA**

Esta obra premiada con primer premio en el Concurso de la Asociación de Ingenieros Industriales de Barcelona y publicada por esta Asociación á propuesta de un jurado calificador, véndese en esta Administración al precio de 7 pesetas y en las librerías de Puig, Plaza Nueva, 5; Verdaguer, Rambla del Centro, 5; Casals, Pino, 5; y Parera.

---

## COLECCION LEGISLATIVA

REFERENTE Á LOS

## INGENIEROS INDUSTRIALES

---

Comprende todo lo legislado respecto á los Ingenieros Industriales desde la creación de la carrera; forma un tomo de 260 páginas encuadrado en rústica y se vende en esta Administración al precio de 3 pesetas ejemplar.

---

Agradeceremos á nuestros lectores que al dirigirse á los  
anunciantes citen la Revista Tecnológico Industrial.

Ayuntamiento de Madrid

# LA CONSTRUCTORA DE MÁQUINAS

— DE —

## ANDRES OLIVA

Carretera de Mataró, 342, San Martín de Provensals (BARCELONA)

APLICACIÓN DEL FRENO SISTEMA RAMONEDA

Especialidad en MAQUINARIA COMPLETA para BLANQUEOS,  
TINTORERIAS, ESTAMPADOS y APRESTOS

Hidro extractores simples y con motor anexo.

Prensas hidráulicas para todas aplicaciones.

Prensas de tornillo y engranajes para la agricultura.

Elevación de aguas para riego é industria.

Instalación de fábricas para la elaboración de harinas y aserrar maderas.

Máquinas secadoras de café, privilegiadas.

Ascensores hidráulicos y mecánicos.

Máquinas y calderas de vapor.

Motores de gas.

Turbinas.

Transmisiones de movimiento y reparación de máquinas.

## Construcciones **MONIER** \* \* \* \* sistema

de CEMENTO y HIERRO, con privilegio exclusivo

Ligereza, esbeltez. — Impermeabilidad. — Solidez. — Economía  
Resistencia á las heladas. — Incombustibilidad. — Rapidez construcción.

Tubos de conducción y canalización. — Alcantarillas. — Depósitos. — Lagares. — Silos. — Toneles. — Pozos Mourás. — Lavaderos. — Puentes. — Bóvedas. — Cubiertas. — Azoteas. — Aceras. — Abrevaderos. — Revestimientos. — Obras de ornamentación, en parques, etc., etc.

### Claudio Durán, Sdad. en Cta.

Ronda de San Pedro, 44. — Barcelona

Agradeceremos á nuestros lectores que al dirigirse á los anunciantes citen la Revista Tecnológico Industrial.

# VALLS HERMANOS

INGENIEROS Y CONSTRUCTORES

Premiados con **27 medallas** de oro y plata, **3** Grandes Diplomas de Honor y **2** de Progreso por sus especialidades.

TALLERES DE FUNDICIÓN Y CONSTRUCCIÓN FUNDADOS EN 1854

Director Gerente: D. AGUSTIN VALLS BERGÉS, Ingeniero

11, Calle de Campo Sagrado, (antes 19)

(Ensanche, Ronda de San Pablo) — **BARCELONA**

MAQUINARIAS É INSTALACIONES COMPLETAS SEGÚN LOS ÚLTIMOS ADELANTOS PARA:

Fábricas y Molinos de aceites, para pequeñas y grandes cosechas, (Prensas hidráulicas, de engranes de molineta ó palancas, etc.) movidas á brazo, por caballería ó por motor.

Fábricas de fideos y pastas para sopa, movidas por caballería ó por motor

Fábricas de chocolate, en pequeña y grande escala, movidas á brazo, por caballería ó por motor.

Fábricas de harinas y sus anexos de molinería.

Prensas para vinos, bombas para trasegar, estrujadoras, etc.

Prensas para losetas y mosaicos, de palanca é hidráulicas. Moldes de todas clases para las mismas.

Máquinas de vapor, Motores, Turbinas sistema *Moreno* perfeccionadas, Malacates, Norias, Bombas, Guillotinas, Transmisiones, etc.

Especialidad en **prensas hidráulicas** y de todas clases, para todas las aplicaciones, con modelos de sus sistemas privilegiados.

Estudios, Planos, Presupuestos, Peritaciones, etc., etc.

La casa ha verificado y sigue montando de continuo instalaciones en toda España, Américas y extranjero.—Numerosas referencias.

Para telegramas: VALLS, *Campo Sagrado*. — BARCELONA

Teléfono número 595

---

**José Durán y Ventosa** Ingeniero Industrial

TELARES AUTOMÁTICOS Northrop de la British NORTHROP Loom Co, Blackburn.

MAQUINARIA y piezas sueltas para la Industria textil.

VENTILADORES Sirocco para aumentar el tiraje en las calderas de vapor, para expulsar el polvo en las salas de preparación, ventilaciones de edificios, etc., etc.

Ronda de San Pedro, 44, Entl.º, 1.ª — BARCELONA

---

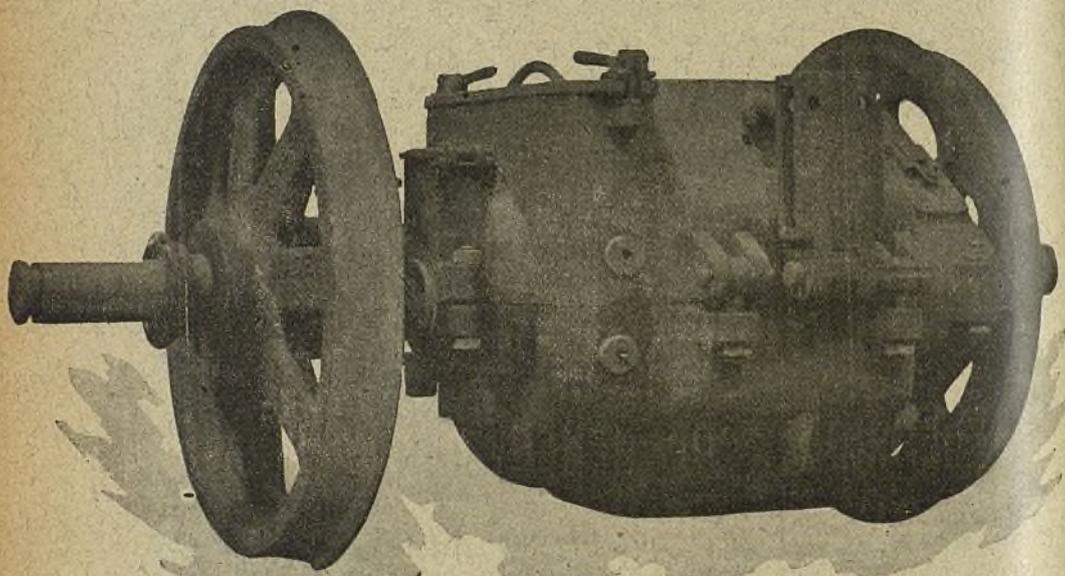
Agradeceremos á nuestros lectores que al dirigirse á los anunciantes citen la Revista Tecnológico Industrial.

Ayuntamiento de Madrid

# L. I. E. "LA INDUSTRIA ELECTRICA"

SOCIEDAD ANÓNIMA  
BARCELONA

GRANDES TALLERES DE CONSTRUCCION



Motor normal de Tranvía, montado sobre su eje.

Dinamos y alternadores — Motores de todas clases  
Transformadores — Conmutatrices

Construcción de toda clase de material para la completa instalación  
de Centrales para alumbrado — Tracción.  
Transporte de fuerza — Industrias Electro-químicas  
y electro-mecánicas

Instalación de explotación y agotamiento de minas  
Tranvías y Funiculares

Pídanse proyectos y presupuestos — Se envían catálogos gratis

**DIRECCIONES:** CASA CENTRAL EN BARCELONA. — Oficinas Centrales y Talleres:  
Muntaner, 49; Teléfono, 1074; Apartado, 225; Dirección telegráfica y telefónica: Munluis-Barcelona. — Oficinas de venta y exposición: Plaza de Cataluña, 6; Teléfono, 1625.

OFICINA EN MADRID: Carrera San Gerónimo, 43; Teléfono, 1371; Apartado, 396;  
Dirección telegráfica y telefónica: Lie-Madrid.

Ayuntamiento de Madrid

---

# ZEITSCHRIFT

für das gesamte

## TURBINENWESEN

Dampfturbinen, Wasserturbinen, Kreiselpumpen, Kreiselgebläse, mit Einschluss der Gasturbinen, der Turbodynamos und der Turbinenschiffe sowie der Kreisende Dampfmaschinen.

**R. OLDENBOURG** — München

Se publica 3 veces por mes. Precio de suscripción anual: 18 marcos

---



# CONSTRUCCIONES ELECTRO - MECÁNICAS

DE

SOLER Y BALCELLS  
INGENIEROS

Campo Sagrado, 22 ❖ Barcelona

Talleres de construcción de toda clase de

DINAMOS Y

MOTORES ELECTRICOS

de corriente continua y alterna.

ALTERNADORES.—TRANSFORMADORES

Instalaciones generales de alumbrado y  
transporte de fuerza.

Motores de velocidad reducida para aplicar  
directamente á las máquinas útiles.

Dinamos y transformadores rotativos  
para galvanoplastia.

Montacargas eléctricos. — Turbinas.

**Proyectos y presupuestos gratis.**

# REVISTA TECNOLÓGICO-INDUSTRIAL

PUBLICADA POR LA

ASOCIACIÓN DE INGENIEROS INDUSTRIALES

Barcelona, Abril, 1907.

## Contribución al estudio de la teoría de los arietes hidráulicos

(Conclusión).

COEFICIENTES.—De los valores de  $a$  y  $b$  depende principalmente el funcionamiento del ariete, y en ellos influyen todos los elementos de que dispone el constructor para lograr un resultado satisfactorio.

Con la anotación abreviada de las alturas, en la hipótesis de abertura constante de válvulas tendremos, ordinariamente

$$a_1 = a_4 = \frac{g h_e}{L} \quad : \quad a_2 = a_3 = \frac{g h_i}{L} \quad [11a]$$

Si en la 2.<sup>a</sup> y 3.<sup>a</sup> fase suponemos la abertura de la válvula de impulsión variable, en la forma antes reseñada

$$a_2 = \frac{g}{L} \left[ h_i + \frac{q_2}{2g} \left( \frac{1 + e^2}{c^2} \right) \right] \quad [11b]$$

$$a_3 = \frac{g}{L} \left[ h_i - \frac{q_2}{2g} \left( \frac{1 - e^2}{c^2} \right) \right] \quad [11c]$$

$\frac{q_2}{2g}$  representa una altura aproximadamente igual á la de un cilindro de agua cuya base fuese igual á la abertura total de la válvula de impulsión, y su peso igual al esfuerzo que tiende á cerrarla. En general este valor será pequeño y podrá adoptarse sin gran error un valor

intermedio con lo que la expresión de  $a$  tendrá la forma [11<sub>a</sub>]. Con ello puede decirse que el único elemento que tiene en la mano el constructor para variar el valor de  $a$  es el largo  $L$  del cuerpo del ariete, con el que está en razón inversa.

El valor de  $b$ , disminuirá al aumentar el largo del ariete, la abertura relativa  $\frac{\omega}{\Omega}$  y el coeficiente de contracción  $c$ , y aumentará con el coeficiente  $\beta$  de pérdida de carga en la tubería. Dejando a un lado las pérdidas en los codos, que conviene evitar, y que será fácil calcular separadamente en cada caso especial, constará  $\beta$  de dos sumandos: uno  $\xi$ , de resistencia á la entrada á la tubería, y otro debido al paso del agua por esta última, que será proporcional al largo  $L$  é inversamente proporcional á su diámetro  $D$ , con lo cual

$$\beta = \xi + \lambda \frac{L}{D} \quad [30]$$

El valor de  $\xi$  puede disminuirse facilitando la entrada, para lo cual bastará construirla en forma de boquilla de sección creciente: pero teniendo en cuenta que para evitar la entrada de cuerpos extraños que podrían interrumpir la marcha del ariete, tendrá que ir provista de una rejilla espesa, no será prudente contar con un valor menor que  $\xi = 0,5$ .

Para el valor de  $\lambda$ , podrá asignársele de preferencia el indicado por Darcy, que es independiente de la velocidad, y que es, simplificando las cifras

$$\lambda = 0,02 + \frac{0,0005}{D} \quad [31]$$

Al pasar el agua por las válvulas, sufrirá cambios de dirección y contracción acentuados, lo que hace suponer que  $c$  tendrá un valor bastante inferior á la unidad. Con las válvulas bien dispuestas no diferirá probablemente mucho de  $\sqrt{\frac{1}{2}}$ , con cuyo valor, que interinamente y á falta de datos experimentales, adoptaremos, resultaría

$$\frac{1 + c^2}{c^2} = 3 \quad [32]$$

El valor de  $b$  obtenido así, será, en los casos ordinarios

$$b_1 = b_4 = \frac{1}{2L} \left[ 3 \left( \frac{\Omega}{\omega_e} \right)^2 + 0,5 + \left( 0,02 + \frac{0,0005}{D} \right) \frac{L}{D} \right] \quad [12_a]$$

$$b_2 = b_3 = \frac{1}{2D} \left[ 0,02 + \frac{0,0005}{D} \right] + \frac{0,25}{L} \quad [12_b]$$

llamando  $\omega_e$  á la abertura media de la válvula de escape, y suponiendo constante la velocidad del agua á su paso por la válvula de impulsión. Si supusiésemos en ésta la abertura constante media  $\omega_i$  los valores de  $b_2$  y  $b_3$  tendrían la forma [12<sub>a</sub>].

Prescindiendo pues, de la pequeña variación del valor de  $c$  en un ariete bien construido, y admitiendo, como sucederá en realidad que la naturaleza de las paredes del tubo será siempre aquella para la cual es aplicable la fórmula de Darcy, el constructor dispondrá para variar el valor de  $b$ , del largo del tubo  $L$ , y de la abertura relativa  $\frac{\omega}{\Omega}$ . En cuanto á  $\xi$  y  $c$ , hay que suponer que siempre se busquen los valores más favorables, es decir el menor posible para el primero y el mayor, para el segundo.

Inspeccionando las diferentes fórmulas de las velocidades [17] [20] se verá que éstas, y por consiguiente la potencia, aumentan con

los valores respectivos de  $\sqrt{\frac{a}{b}}$  y  $\sqrt{ab}$ , de donde se deduce

la conveniencia, por lo que á la potencia respecta, de dar al ariete el menor largo y la mayor abertura de válvula posibles. Pero por otra

parte podría suceder que para satisfacer á valores de  $\sqrt{abt}$  compatibles con altos rendimientos, resultasen valores de  $t$  sumamente pequeños, así como relaciones desfavorables para  $\frac{Q_1}{Q_4}$ , pues como he-

mos visto, el volumen de aspiración no puede ser reducido ilimitada-

mente. Las relaciones que con el rendimiento y la potencia, guardan las diversas variables, son de tal naturaleza que hacen muy complicado un análisis algébrico. Para formarse idea clara de la influencia

de los distintos elementos en el funcionamiento del ariete, para un salto y altura de impulsión determinados, pueden servir los resultados de aplicación del estudio que precede, suponiendo variadas con-

diciones de construcción y funcionamiento, como puede verse en el ejemplo que vamos á poner (1).

Diámetro del cuerpo del ariete. . . . .	0 <sup>m</sup> ,100
Longitud. . . . .	24, 00
Salto utilizado $h_n =$ . . . . .	4, 10
Altura de impulsión $h_i =$ . . . . .	13, 64

con los valores de  $\xi$ ,  $c$  y  $\lambda$  antes citados y  $\frac{\Omega}{\omega} = 1.5$  tendríamos

$$a_1 = a_4 = 1.68 \qquad b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = 0.276$$

$$a_2 = a_3 = 5.6$$

si suponemos el mismo valor de  $\frac{\Omega}{\omega}$  para todas las fases.

Con estos coeficientes y utilizando las ecuaciones (19) ó (24), se han calculado los volúmenes y rendimientos para diferentes hipótesis sobre los valores de  $t$  y  $Q_4$ , con lo cual se descubre la influencia sobre la potencia y el rendimiento del volumen de aspiración, que conviene mantener lo más reducido posible, y de la duración de la primera fase, de la que depende principalmente el número de pulsaciones. En la fig. 4 se han representado las curvas de rendimientos para cinco valores distintos de  $Q_4$ , en función de la potencia, y en la fig. 5 las mismas curvas en función de  $T_1$ . En ellas se ve que el máximo de potencia es incompatible con un alto rendimiento.

La influencia del largo  $L$  del cuerpo del ariete, puede verse en la curva de la fig. 6, cuyos puntos han sido calculados variando dicho largo, suponiendo  $Q_4 = 0$  y dando á  $T_1$  el valor necesario para que en todos los casos el rendimiento se conservase constante é igual aproximadamente á 0,80.

Y por fin, conservando los primitivos valores, excepto el de  $\frac{\Omega}{\omega}$  y dando también á  $T_1$  las necesarias para conservar el mismo rendimiento de 0,80, se ha trazado la curva fig. 7 que permite apreciar la influencia de la abertura relativa de las válvulas.

(1) Los datos de este ariete se han tomado de la obra «Motores hidráulicos», de D. M. García Lopez, Madrid 1888  
Entre otros varios que allí se citan este es el que da mejor rendimiento: 0,78.  
Según las cifras que allí se indican, resultarían gastados 287 y elevados 67 litros por minuto. Los demás arietes citados dan rendimientos mucho más bajos.

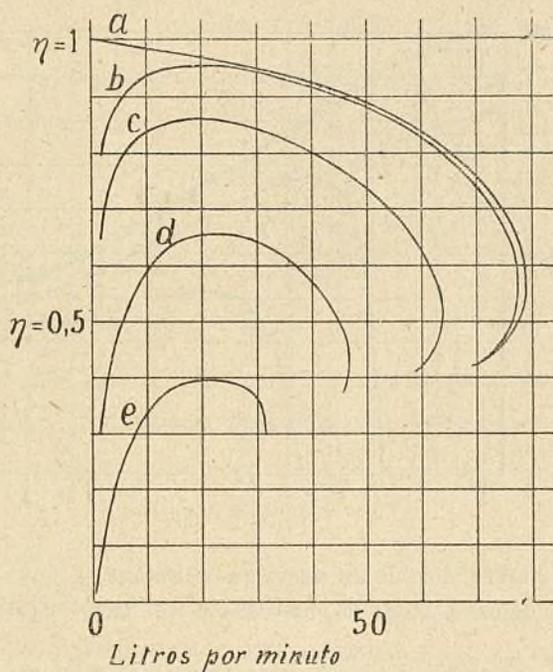


Fig. 4.

En términos generales, puede decirse que á igualdad de las demás condiciones, un aumento en el largo mejorará el rendimiento y perjudicará á la potencia; que siempre será favorable disponer de una gran abertura relativa de las válvulas, y que todo aumento en el volumen de aspiración ocasionará pérdidas tanto en la potencia como en el rendimiento.

FÓRMULAS APROXIMADAS. — El estudio que precede permite analizar con bastante detalle la marcha del ariete una vez conocidas sus dimensiones y las del salto á que ha de ir aplicado. Para apreciar á fondo la influencia de las distintas variables que entran en juego hay que proceder á repetidos cálculos, que si bien son sencillos, representan en conjunto un trabajo que no guarda proporción con la pequeña importancia que en el terreno económico tiene en general un ariete para el que lo construye ó instala: y debe por lo tanto estudiarlo. Por este motivo ha de ser de interés para el práctico el disponer de fórmulas simplificadas que le permitan determinar con relativa aproxima-

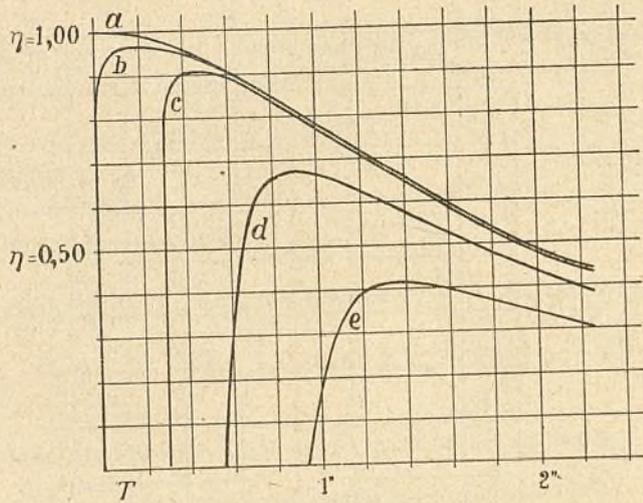


Fig. 5.

mación las dimensiones de un ariete que satisfaga á una potencia y rendimiento dados. Cuando la importancia del caso requiera mayor

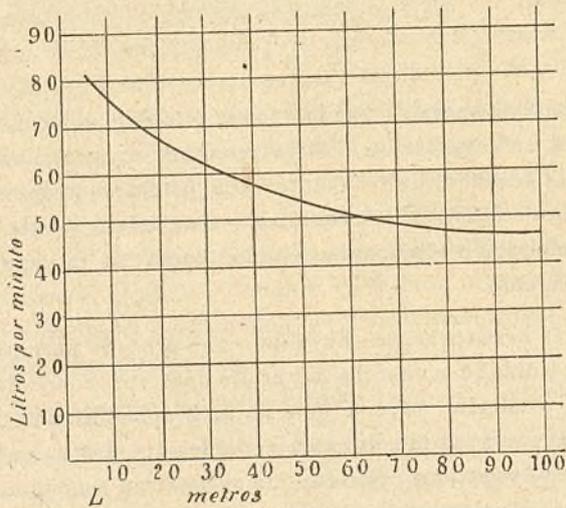


Fig. 6.

exactitud, el empleo previo de las fórmulas aproximadas no dejará de prestar su utilidad, pues abreviará notablemente el estudio definitivo. Para proceder á las simplificaciones notaremos en primer lugar

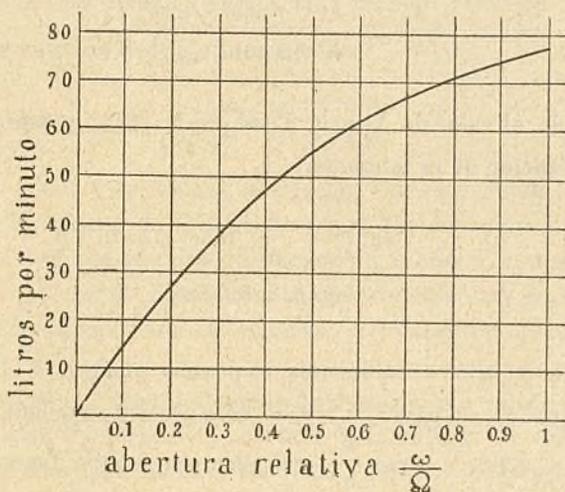


Fig. 7.

que estando muy próximas ordinariamente una á otra las válvulas de escape é impulsión, el largo útil  $L$  es prácticamente igual para las diversas fases. Si admitimos además que para todas ellas la abertura relativa  $\frac{\Omega}{\omega}$  sea la misma, tendremos:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{h_e}{h_i} \quad b_1 = b_2 = b_3 = b_4 \quad [33]$$

La duración de las fases 3.<sup>a</sup> y 4.<sup>a</sup> siendo extraordinariamente corta exigirá valores de  $\sqrt{ab} t$  sumamente pequeños, y los rendimientos  $\pi_3, \pi_4$  serán tan próximos á la unidad, que sin error sensible podremos poner:

$$Q_3 = Q_4 \frac{h_e}{h_i} \quad [34]$$

En cuanto al rendimiento de las dos primeras fases, será:

$$\eta_1 \eta_2 = \frac{Q_2 h_i}{Q_1 h_e} = \frac{h_i}{h_e} \frac{\ln. \frac{1}{\cos. \sqrt{a_2 b_2} T_2}}{\ln. \text{coh.} \sqrt{a_1 b_1} T_1} \quad [35]$$

Aplicando el valor de  $\sqrt{a_2 b_2} T_2$  según la [19<sub>a</sub>] y expresando el coseno en función de la tangente.

$$\eta_1 \eta_2 = \frac{h_i}{h_e} \cdot \frac{\ln. (1 + \frac{h_e}{h_i} \text{tah.}^2 \sqrt{a_1 b_1} T_1)}{2 \ln. \text{coh.} \sqrt{a_1 b_1} T_1} \quad [35_a]$$

Para obtener altos rendimientos, es preciso que  $\sqrt{a_1 b_1} T_1$  tenga valores pequeños; así para  $\eta > 0,80$ , será preciso en general que  $\text{tah}^2 \sqrt{a_1 b_1} T_1 < 0,20$ . Y como  $\frac{h_e}{h_i}$  será siempre mucho menor que la unidad, no habrá gran error si limitamos al primer término de la serie el desarrollo del logaritmo del numerador. Haciéndolo así, resulta:

$$\eta_1 \eta_2 \rightsquigarrow \frac{\text{tah}^2 \sqrt{a_1 b_1} T_1}{2 \ln. \text{coh.} \sqrt{a_1 b_1} T_1} \quad [35_b]$$

Comparando con la [27], vemos que la simplificación hecha equivale á haber supuesto  $\eta_2 \rightsquigarrow 1$ ; consideración que podríamos haber hecho directamente, pues para  $\eta > 0,80$ , la segunda fase, mucho más corta siempre que la primera, tiene que ofrecer un rendimiento próximo á la unidad.

Tendremos, pues:

$$Q_2 \rightsquigarrow Q_1 \frac{h_e}{h_i} \eta_1 \quad [36]$$

Las expresiones [34] y [36] nos transforman la [25] en

$$\eta = \eta_1 \frac{\frac{Q_1}{Q_4}}{\frac{Q_1}{Q_4} - 1} - \frac{1}{\frac{Q_1}{Q_4} - 1} \quad [37]$$

donde se ve que para obtener buen rendimiento total, no solamente

convienen valores crecidos para  $\eta_1$  sino también para  $\frac{Q_1}{Q_4}$ . Despejando este valor en la [37], obtendremos:

$$\frac{Q_1}{Q_4} \simeq \frac{1 - \eta}{\eta_1 - \eta} \quad [38]$$

con lo que queda determinada la relación entre los volúmenes de aspiración y de escape, en función de  $\eta$  y  $\eta_1$  que suponemos aquí arbitrarios, y á los que se asignarán valores mayores ó menores según se quieran obtener del ariete un alto rendimiento ó una gran potencia.

Asignado un valor á  $\eta_1$ , la ecuación [27] permitirá deducir el de  $\sqrt{a_1 b_1} T_1$ .

El volumen  $Q_4$ , deberá alcanzar ó rebasar cierto valor mínimo con el cual queden asegurados la abertura de la válvula de escape, y la entrada del aire destinado á ir renovando el de la campana, que como es sabido va saliendo lentamente disuelto en el agua elevada. Este es un dato á determinar por la experiencia, y sobre el cual no he hallado referencia alguna.

Como ya hemos visto antes, para que el ariete funcione dando alto rendimiento, es preciso que tenga pequeños valores  $\sqrt{a_1 b_1} T_1$ , y por consecuencia  $\sqrt{a_2 b_2} T_2$ . Como en este caso diferirán muy poco los arcos de las tangentes respectivas, tendremos:

$$T_2 \simeq T_1 \frac{h_e}{h_i} \quad [39]$$

Los tiempos  $T_3$  y  $T_4$ , son independientes de  $T_1$  y  $T_2$ : la relación entre los primeros y estos últimos, será tanto más pequeña cuanto mayor sea la longitud del ariete. Sería apartarnos de la sencillez perseguida, el buscar valores aproximados para  $T_3$  y  $T_4$ , fundados en el funcionamiento del ariete; bastará para nuestro propósito suponer

$$T_3 + T_4 \simeq 0,2 T_1 \quad [40]$$

Este valor será en condiciones ordinarias bastante próximo á la realidad: únicamente con pulsaciones muy rápidas ó valores de  $Q_4$  excesivos podría resultar sensiblemente inferior, pero esto solo sucederá en casos excepcionales.

De los valores [39] y [40], obtenemos:

$$\Sigma T \rightsquigarrow T_1 \left( 1,2 + \frac{h_e}{h_i} \right) \quad [41]$$

Las simplificaciones que acabamos de hacer, nos permitirán conocer con relativa aproximación y sin cálculos complicados, las condiciones más interesantes de la marcha del ariete, y aun deducir las dimensiones principales.

Representando al volumen de aspiración por

$$Q_4 = \Omega l D \quad [42]$$

y eliminando en la [38]  $Q_1$ , por medio de la [18], obtendremos.

$$\frac{L}{D} \rightsquigarrow \frac{\left( \frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \frac{1 + c^2}{c^2} + \xi}{2 \frac{\ln. \text{coh. } \sqrt{a_1 b_1} T_1}{l} \frac{\eta_1 - \eta}{1 - \eta} - 1} \quad [43]$$

expresión que nos da la relación entre el largo y el diámetro del cuerpo del ariete. De las diversas cantidades que figuran en el segundo miembro, hay que suponer desde luego conocidas las del numerador, que dependen de detalles de construcción. En cuanto á las del denominador,  $\eta_1$  y  $\eta$  serán valores arbitrarios:  $\sqrt{a_1 b_1} T_1$  será deducido de  $\eta_1$  por medio de la ecuación [27], y  $l$  será también conocido por la fórmula [31]. Queda solo á determinar  $l$  que depende de  $Q_4$ , y para asignarle un valor conveniente, serian de suma utilidad datos experimentales de que hoy por hoy carezco. Parece á primera vista que  $l$  debiera ser función de  $(h_i + h_e)$  no solo porque creciendo con la presión la solubilidad del aire en el agua, á mayor altura se hará precisa una reposición más enérgica, sino que también por los efectos de la elasticidad, que han de ocasionar una disminución de  $Q_4$ , tanto más marcada cuanto mayor sea la presión. Pero como intervienen también en el problema, la duración de las fases, la resistencia específica de las paredes y las dimensiones del aparato, creemos que sería inútil el pretender hallar un fundamento teórico racional para asignar valor á  $l$ . Interinamente, y á falta de otros datos, notaremos solamente que para que una válvula circular de diámetro  $D$ , se abra lo suficiente para que el area libre de paso sea igual á  $\Omega$ , el valor de  $l$  debe ser 0,25. Si fijamos arbitrariamente otro tanto desti-

nado á volumen para la entrada de aire, nos hallaremos con el valor  $l = 0,5$ , que parece debe ser el mínimo admisible, siempre que se pretenda que la abertura máxima sea igual al área de la sección transversal del tubo, y quede asegurada la renovación automática del aire de la campana.

Le expresión [43] da el valor mínimo que puede asignarse á  $\frac{L}{D}$  para obtener los rendimientos propuestos. Con la longitud deducida por esta fórmula, para grandes alturas de impulsión podrían resultar tiempos tan cortos para la segunda fase, que las masas no permitiesen una marcha correcta, y aun podría hacerse imposible el funcionamiento. Las fórmulas de la primera parte de este estudio, permitirán una comprobación en los casos dudosos.

Para la relación  $\frac{\eta_1 - \eta}{1 - \eta}$ , hallaríamos una escala muy extensa de valores, aun asignando para  $\eta_1$  y  $\eta$  cifras arbitrarias bastante aceptables. Por ejemplo,  $\eta_1 = 0,9$   $\eta = 0,75$ , daría [38].  $\frac{Q_4}{Q_1} \curvearrowright 0,6$  y  $\eta_1 = 0,85$ ,  $\eta = 0,80$ ,  $\frac{Q_4}{Q_1} \curvearrowright 0,25$ . Tales divergencias harían inútil la expresión [43], si no buscásemos un medio de formar criterio acerca de los valores convenientes para  $\frac{\eta_1 - \eta}{1 - \eta}$ , ó lo que es lo mismo para  $\frac{Q_4}{Q_1}$ . Para ello tomaremos en consideración que cuanto mayor

sea la altura relativa  $\frac{h_i}{h_e}$  de impulsión, menor será el tiempo empleado en la segunda fase, con relación al total exigido por la pulsación. Por este mismo concepto, la menor falta de impermeabilidad en la válvula de impulsión ocasionará un retroceso del agua, con detrimento del rendimiento y la potencia, ó aun del mismo funcionamiento del ariete, si el volumen impelido fuese muy pequeño. Convendrá por lo tanto que á mayor altura relativa de impulsión, acompañen valores de  $\frac{Q_2}{Q_3}$  y por lo tanto de  $\frac{Q_4}{Q_1}$  mayores.

Por la razón antes invocada, de la sencillez en el cálculo, y por la poca confianza que podría inspirar para la práctica una investiga-

ción teórica sobre cuales pueden ser las formas de las funciones que unan á  $\frac{Q_1}{Q_4}$  con la altura relativa fijaremos,

$$\frac{Q_1}{Q_4} = \theta \left( 1 + \frac{h_i}{h_e} \right) \quad [44]$$

siendo  $\theta$  un coeficiente constante ó no, cuyo valor habría que deducir de ensayos experimentales. Las expresiones [38] [44], transforman la [43] en

$$\frac{L}{D} > \frac{\left( \frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \frac{1+c^2}{c^2} + \xi}{2 \ln. \text{coh. } \sqrt{a, b, T_1} - l} \quad [43_a]$$

$$l \theta \times \left( 1 + \frac{h_i}{h_e} \right)$$

Conocidas las dimensiones y construcción de las válvulas del ariete, el diámetro  $D$ , y el rendimiento que se desee obtener, serán conocidas también con bastante aproximación las diferentes cantidades del segundo miembro de [43 a], excepto  $l$  y  $\theta$ , cuyos valores, como antes hemos indicado, pudieran deducirse de experiencias efectuadas á tal fin. Interin no se hayan obtenido estos datos, y con las debidas reservas, asignaremos á  $l$  el valor antes citado de 0.5, y á  $\theta$  el de 1,33, ambos como limite mínimo. Si además, como promedio adoptamos  $\frac{\Omega}{\omega} = 2$ ;  $c = \sqrt{\frac{1}{2}}$   $\eta_1 = 0,85$ , con las de  $\xi$  y 1 antes fijados, resultará:

$$\frac{L}{D} > \frac{12,5}{1 + \frac{h_i}{h_e} - \left( 0,02 + \frac{0,0005}{D} \right)} \quad [43_b]$$

Aceptando rendimientos más pequeños, disminuiría el largo mínimo del cuerpo del ariete, pero siempre habrá un valor de  $\frac{h_e}{h_i}$  tal que exija un largo infinito, lo cual puede expresarse en otros términos diciendo que todo ariete tiene limitada la altura relativa de impulsión.

POTENCIA. — Para cada altura de impulsión, la potencia será proporcional á la cantidad de agua elevada. Llamando  $C$  á esta cantidad, y expresándola en litros por minuto, para seguir la costumbre adoptada en la clasificación de estos aparatos, tendremos

$$C \simeq 60000 \frac{Q_1 \eta_1 \eta_2}{\Sigma T} \frac{h_e}{h_i} \quad [45]$$

y sustituyendo los valores [18] [35b] [41]

$$C \simeq 30000 \frac{\Omega}{1.2 \frac{h_i}{h_e} + 1} \sqrt{\frac{a_1}{b_1}} \frac{\text{tah}^2 \sqrt{a_1 b_1} T_1}{\sqrt{a_1 b_1} T_1} \quad [45_a]$$

Fijada *a priori* la cifra  $\eta_1 \eta_2$  de rendimiento, la ecuación [35b] dará á conocer el valor de  $\sqrt{a_1 b_1} T_1$  y este el de la última fracción, con lo cual dado un ariete y las alturas  $h_e h_i$  serán conocidas su capacidad y su potencia aproximadas, para un rendimiento determinado.

La expresión [45<sub>a</sub>] tiene su valor máximo cuando el de  $\sqrt{a b} T$  satisface á la ecuación

$$4 \sqrt{a b} = \text{seh} 2 \sqrt{a b} T \quad [46]$$

ó sea aproximadamente para  $\sqrt{a b} T = 1,08$ .

A este valor para el cual la capacidad y la potencia son máximas, corresponde un rendimiento bastante desfavorable, de lo que se deduce que ningún ariete que trabaje á su potencia máxima ó cerca de ella, puede dar buen rendimiento.

De la primera expresión [45<sub>a</sub>], se deduce que el diámetro del cuerpo de un ariete capaz de elevar  $C$  litros por minuto deberá ser

$$D \simeq \sqrt[3]{\sqrt{\frac{b_1}{a_1}} \frac{C \left(1.2 \frac{h_i}{h_e} + 1\right)}{7500 \pi} \left(\frac{\sqrt{a_1 b_1} T_1}{\text{tah}^2 \sqrt{a_1 b_1} T_1}\right)} \quad [47]$$

Para facilitar el empleo de estas fórmulas se han representado gráficamente en la fig. 8, los valores de  $\frac{\text{tah}^2 \sqrt{a b} T}{\sqrt{a b} T}$ , hasta el correspondiente al máximo de potencia ó capacidad.

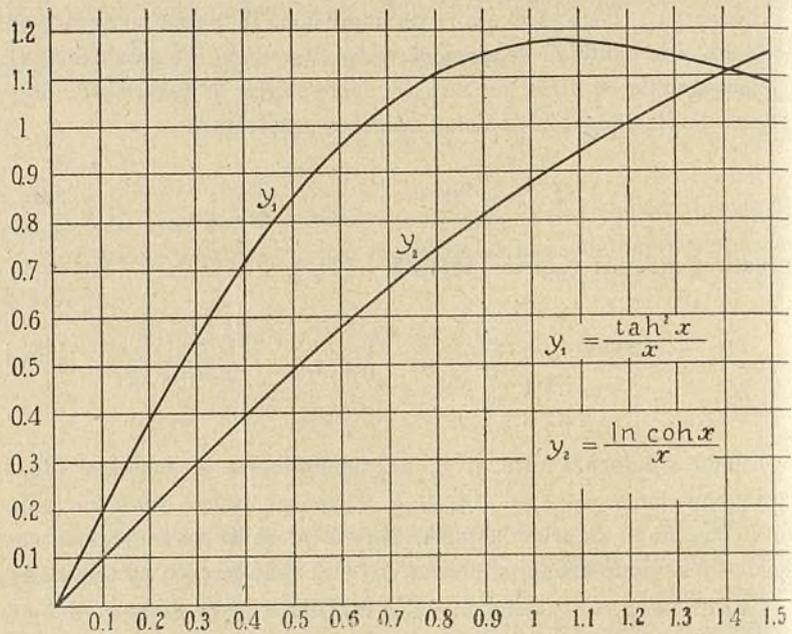


Fig. 8.

GASTO.—Cuando el caudal de agua que se trata de aprovechar es limitado, se hace necesario conocer qué cantidad podrá admitir el ariete en marcha normal. Expresando el gasto  $G$  en litros por minuto, tendremos

$$G \simeq 60000 \frac{Q_1}{\Sigma T} \quad [48]$$

y aplicando los valores conocidos de  $Q_1$  y  $\Sigma T$

$$G \simeq 60000 \frac{\Omega}{1.2 + \frac{h_v}{h_i}} \sqrt{\frac{a_1}{b_1}} \left( \frac{\ln \coth \sqrt{a_1 b_1} T_1}{\sqrt{a_1 b_1} T_1} \right) \quad [48_a]$$

El valor de  $\sqrt{a_1 b_1} T_1$  depende como sabemos, del que se desee obtener para  $\eta_1$ . Con objeto de facilitar la aplicación de la fórmula, hemos representado también en la figura 8 los valores de  $\frac{\ln \coth \sqrt{a b} T}{\sqrt{a b} T}$ , para la de  $\sqrt{a b} T$  comprendido entre 0 y 1.50.

De la expresión [48<sub>a</sub>], puede deducirse también el diámetro del ariete, y es

$$D \simeq \sqrt{\sqrt{\frac{b_1}{a_1}} \frac{G \left(1.2 + \frac{h_e}{h_i}\right)}{15000 \pi} \left(\frac{\sqrt{a_1 b_1} T_1}{\ln \operatorname{coth} \sqrt{a_1 b_1} T_1}\right)} \quad [49]$$

Para arietes de nueva construcción con los que se deseen obtener rendimientos no inferiores á 0.75, habrá que suponer  $\eta_1 \simeq 0.85$ , lo que daría

$$\frac{\ln \operatorname{coth} \sqrt{a_1 b_1} T_1}{\sqrt{a_1 b_1} T_1} = \frac{1}{4}$$

Con este valor y los [11<sub>a</sub>] [12<sub>a</sub>], de  $a_1$  y  $b_1$ , la expresión [48<sub>a</sub>] se transformará en

$$G \simeq \frac{15000 \Omega \sqrt{2g h_e}}{\left(1.2 \times \frac{h_e}{h_i}\right) \sqrt{3 \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 + 0.5 + \left(0.02 + \frac{0.0005}{D}\right) \frac{L}{D}}} \quad [48_b]$$

El numerador representa la cuarta parte del gasto teórico por una abertura igual á la del tubo, con una carga igual á la altura de caída  $h_e$ , y del denominador se deduce fácilmente la influencia que sobre el gasto ejercen la longitud del ariete y la abertura relativa de las válvulas. Un largo excesivo del tubo disminuirá la potencia, pero podrá favorecer marcadamente el rendimiento cuando por exceso de masa en las válvulas no sea posible alcanzar la debida rapidez en las pulsaciones y sean demasiado grandes los volúmenes de retroceso y de aspiración. Una gran abertura relativa de las válvulas, será siempre favorable.

Como observación final, haré notar que para tener pleno dominio sobre el funcionamiento de un ariete, es necesario que su construcción sea tal, que haga posible variar á voluntad, sin perjuicio de la abertura relativa, el volumen de retroceso y la duración de las pulsaciones.

Para rectificar ciertos datos que debieran ser deducidos de la experiencia y á falta de ésta hemos introducido interinamente de un modo arbitrario, y comprobar, para los efectos de las aplicaciones, el grado de exactitud de las fórmulas que anteceden, sería de desear que los que posean datos experimentales los comunicasen.

Santander Octubre 1906.

FRANCISCO MIRAPEIX.





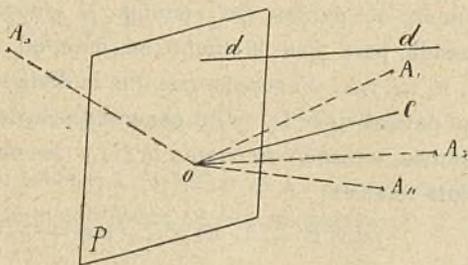
## Indicación de una fórmula la más general para los C de G

Partiendo de la definición de C de G en un sistema de puntos, como punto tal, que la *Sg* de las distancias de dicho punto á todos los puntos del sistema sea cero, se concibe la posibilidad de llegar á fijar para una línea, superficie ó volumen considerado, un *c. d. g.* y efectivamente, la definición dada hace comprender, que un espacio determinado tiene un C de G, perfectamente determinado.

Para ello imaginemos que distribuimos uniformemente en la línea, superficie ó volumen considerado, una série de puntos, cuyo número *N* crezca indefinidamente. Para cada estado de *N* habrá un centro de medias distancias, cuya posición variará á medida que crezca el número *N* de puntos, tendiendo á una posición límite [cuando  $N = I. G.$ ] que no será otra que la del *c. d. g.* de la *l, s ó v*, ya que su posición es inherente á la naturaleza y forma de la *l, s ó v* considerada. Basándonos en esto, es como vamos á investigar el *c. d. g.*, que podríamos llamar *geométrico de la l, s ó v*.

Sea *l, s ó v* lo que se considera; á cada estado de *N*, le corresponderá un sistema de *N* puntos dispuestos en la *l, s ó v*, y por lo tanto, esto nos lleva á considerar el *c. d. g.* de este sistema auxiliar y obtener su posición mediante ciertos afijos, que podrán ser las distancias de dicho punto á tres planos fijos [contadas estas distancias paralelamente á una dirección afija á cada uno de los planos].

Sea el plano *P* el de referencia y *dd* la dirección según la cual hay que calcular las distancias que hay que considerar (+) (-), según que los puntos estén á la derecha ó izquierda de dicho plano. Sea el sistema de puntos el  $A_1 A_2 \dots A_n$ . Tomemos para hallar su centro de media distancia un punto cualquiera *o* del plano *P*, y haciendo la construc-



ción relativa á su obtención, supongamos que sea dicho *c . d . g .* el punto C .

Siendo  $\vec{oA_1} (=) \delta_1 \dots \vec{oA_n} (=) \delta_n$  y  $\vec{oC} (=) \Delta$  tendremos:  $N \Delta (=) S'g\delta$ . Y si esta equivalencia la proyectamos sobre  $\vec{dd}$  y llamamos  $d_n$  á la proyección de  $\delta_n$ , [dando á  $d_n$  el signo (+) ó (-) según lo antes convenido], tendremos:  $N \Delta = \sum_1^n d_n$ , (1), la cual traducida nos dice que: *N veces la distancia del C de G al plano de referencia, es igual á la suma algébrica de las distancias de los puntos del sistema al plano citado.*

Si ahora tomamos tres planos de referencia y aplicamos para cada uno de ellos la (1), tendremos las distancias del C de G á los tres planos, y por lo tanto determinado el C de G.

La (1) nos dice también que en todo sistema total ó parcial de puntos puede substituirse la suma algébrica de sus distancias al plano de referencia, por el número de puntos multiplicados por la distancia correspondiente á su *c . d . g .*, total ó parcial.

CASO DE UNA LÍNEA.—Consideremos ahora una línea cualquiera de longitud L [L es un número]. Distribuyamos uniformemente á lo largo de la línea L una série de puntos N [la manera de hacerlo es suponer dividida la longitud L en (N - 1) partes iguales. Y considerando los extremos de la línea y cada uno de los puntos de división como un punto del sistema N], si consideramos distintos segmentos sucesivos de la línea dada, que llamaremos  $l_1, l_2, \dots, l_n$ , siendo  $l_1 + l_2 + \dots + l_n = L$  á cada uno de ellos le corresponderá un cierto número de puntos del sistema N [suponiendo N suficientemente grande para que lo dicho se cumpla], y sean estos números los  $n_1, n_2, \dots, n_m$ . Si suponemos que la distancia del *c . d . g .* del sistema parcial  $n_1$  es  $D_1'$  y en general que la del sistema  $n_m$  sea  $D_m$ , tendremos, teniendo en cuenta la (1) y las observaciones á dicha fórmula relativa

$$\begin{aligned} (\alpha) \quad N D' &= \sum_1^n d_n = \sum_1^{n_1} d_n + \sum_{n_1}^{n_2} d_n + \dots + \sum_{n_{m-1}}^{n_m} d_n \\ &= n_1 D_1' + n_2 D_2' + \dots + n_m D_m. \end{aligned}$$

Si ahora imaginamos que N crece indefinidamente  $n_1, n_2, \dots, n_m$  crecerán también indefinidamente y  $D, D_1', D_2', D_m$  irán variando en calidad de variable finita y en correspondencia sus estados con los de

N, [de otro modo dicho, siendo funciones de N tanto las *enes* como las *Des*]. Para cada valor numérico de N y sus correspondientes de  $n_1 \dots n_{m-1}$   $D' D_1' \dots D'_m$  se cumplirá la ( $\alpha$ ); por lo tanto la ( $\alpha$ ) se cumple al ser N I G. Dentro de esta última hipótesis dividamos la ( $\alpha$ ) por N y tendremos:

$$(\beta) D' = \frac{n_1}{N} D_1' + \frac{n_2}{N} D_2' + \dots + \frac{n_m}{N} D'_m .$$

Esta se cumplirá también, sea cualquiera el estado de N, y por tanto al ser N I G, y tomando límites en la ( $\beta$ ) tendremos [bajo la hipótesis de que existe limite, como luego probaremos]:

$$\lim. D' = \lim. \frac{n_1}{N} \lim. D_1' + \lim. \frac{n_2}{N} \lim. D_2' + \dots + \lim. \frac{n_m}{N} \lim. D'_m .$$

Ahora, después de las consideraciones preliminares,  $D'$  en su variabilidad tiende á un limite, que no es otro que la distancia correspondiente al *c. d. g.* de la línea L, y de un modo análogo  $D_1' D_2' \dots D'_m$  tienden á límites respectivos, que son las distancias correspondientes á los *c. d. g.* de los segmentos de línea  $l_1 l_2 \dots$  y  $l_m$ .

Además, como es fácil ver:  $\lim. \frac{n_1}{N} = \frac{l_1}{L} \dots$  y  $\lim. \frac{n_m}{N} = \frac{l_m}{L}$ .

Por lo tanto, tendremos llamando D  $D_1 \dots D_m$  los límites respectivos de  $D'$  y  $D_1' \dots$  y  $D'_m$

$$D = \frac{l_1}{L} D_1 + \frac{l_2}{L} D_2 + \dots + \frac{l_m}{L} D_m .$$

de donde:

$$(\gamma) D L = D_1 l_1 + D_2 l_2 + \dots + D_m l_m = \sum_1^m D_m l_m .$$

Esta fórmula resuelve el problema de hallar el *c. d. g.* de una línea cualquiera cuando se la puede descomponer en partes de C de G, conocidas *a priori*.

Así como evidentemente el *c. d. g.* de un segmento rectilíneo es su punto medio, fácil nos sería hallar, aplicando la (1), el *c. d. g.* de un contorno poligonal alabeado cualquiera [habría que tomar tres planos de referencia].

La fórmula ( $\gamma$ ) no resuelve el problema más que en el caso de que conozcamos el *c. d. g.* de las partes en que se supone descompuesta la línea; mas como cualquiera que sea el número de partes en que ella se divide, se verifica siempre la ( $\gamma$ ), podremos valernos del cálculo integral, razonando como sigue:

Supongamos descompuesta la línea en una serie de segmentos infinitamente pequeños. Si á uno cualquiera de estos segmentos le llamamos  $\sigma$  y  $d$  la distancia [variable con  $\sigma$ ] correspondiente á su *c. d. g.*, tendremos, teniendo en cuenta la ( $\gamma$ )

$$(\delta) LD = \int \sigma d,$$

que es la fórmula general relativa á las líneas alabeadas ó planas.

Así, si se supone referida la línea á un sistema de ejes rectangulares y tomamos como planos de referencia los coordenados, se tendrá, aplicando la ( $\delta$ ) á cada plano [teniendo en cuenta los principios relativos á las integrales]

$$X \int ds = \int x ds \text{ ,, } Y \int ds = \int y ds \text{ ,, } Z \int ds = \int z ds$$

[entre los límites correspondientes].

Si la curva es plana, entonces:

$$X \int ds = \int x ds \text{ y } Y \int ds = \int y ds.$$

CASO DE UNA SUPERFICIE.—Sea  $S$  el área de dicha superficie. Distribuyamos uniformemente en ella una serie  $N$  de puntos. Consideremos la superficie total descompuesta en varias superficies parciales, que llamaremos  $S_1 S_2 \dots S_m$ . A cada una de estas superficies parciales le corresponderán un cierto número de puntos  $n_1 n_2 \dots n_m$  y un *c. d. g.* cuyas distancias al plano de referencia serán  $D_1' D_2' \dots D_m'$  y siendo  $D'$  la distancia correspondiente al *c. d. g.* total, tendremos [recordando lo dicho para el caso de un sistema de puntos]:

$$N D' = n_1 D_1' + n_2 D_2' + \dots + n_m D_m'$$

de donde

$$D' = \frac{n_1}{N} D'_1 + \frac{n_2}{N} D'_2 + \dots + \frac{n_m}{N} D'_m \quad (1)$$

Ahora supongamos que  $N$  es I. G. —  $D'$   $D'_1$   $D'_2$  .....  $D'_m$  tendrán el caracter de variables finitas, cuyos límites serán  $D$   $D_1$  y  $D_2$  .....  $D_m$ , además  $\lim. \frac{n_1}{N} = \frac{S_1}{S}$   $\lim. \frac{n_2}{N} = \frac{S_2}{S}$   $\lim. \frac{n_m}{N} = \frac{S_m}{S}$  y por lo tanto tomando límites en (1) tendremos:

$$D = \frac{S_1}{S} D_1 + \dots + \frac{S_m}{S} D_m \text{ ó sea } S D = \sum_1^m S_m D_m \text{ ,, } (2)$$

Fórmula en un todo análoga á la obtenida para las líneas, y que podrá aplicarse en el caso en que se pueda descomponer la superficie dada en superficies de *c. d. g.* conocido.

La fórmula (2) es sumatoria; por lo tanto podremos suponer descompuesta la superficie en una série infinita de superficies *ips.* Si á una cualquiera de dichas superficies *ips.* le llamamos  $\Sigma$  y  $d$  á la distancia [variable con  $\Sigma$ ] correspondiente á su *c. d. g.* la (2) será ( $\varphi$ )  $S D = \int \Sigma d$  que es la fórmula general relativa á las superficies alabeadas ó planas.

Si referimos la superficie á un sistema coordenado rectangular y tomamos como planos de referencia los coordenados y por elemento superficial  $ds$  tenemos:

$$X \int dS = \int x dS \text{ ,, } Y \int dS = \int y dS \text{ ,, } Z \int dS = \int z dS,$$

y si la superficie es plana, serán:

$$X \int dS = \int x dS \text{ ,, } Y \int dS = \int y dS.$$

OBSERVACIÓN IMPORTANTE.—Según cual sea la expresión de  $dS$ , la integral será doble ó sencilla.

CASO DE UN VOLUMEN.—Sea  $v$  el volumen del espacio considerado. Distribuyamos uniformemente en dicho espacio una série de puntos  $N$ . Consideremos el volumen total descompuesto en varios volúmenes parciales, que llamaremos  $v_1$   $v_2$   $v_m$ . A cada uno de estos volúme-

nes parciales, le corresponderá un cierto número de puntos que llamaremos  $n_1, n_2, \dots, n_m$  y un (*c.d.g.*) cuyas distancias al plano de referencia serán  $D_1', D_2', \dots, D_m'$  y siendo  $D'$  la distancia correspondiente al *c.d.g.* total, tendremos [siguiendo el procedimiento ya seguido en la línea y superficie]:

$$ND' = n_1 D_1' + n_2 D_2' + \dots + n_m D_m' \quad ,,$$

de donde

$$D' = \frac{n_1}{N} D_1' + \frac{n_2}{N} D_2' + \dots + \frac{n_m}{N} D_m' \quad ,, \quad [s]$$

Ahora supongamos que  $N$  es I G. Hecha esta hipótesis y cumpliendo siempre la (3) para los sucesivos y simultáneos estados de las variables que en ella intervienen, las razones  $\frac{n_1}{N}, \frac{n_2}{N}, \dots, \frac{n_m}{N}$  tenderán á los límites  $\frac{v_1}{V}, \frac{v_2}{V}, \dots, \frac{v_m}{V}$  y las variables finitas  $D', D_1', D_2', \dots, D_m'$  á sus límites respectivos que llamaremos  $D, D_1, \dots, D_m$ ; por lo tanto tomando límites en la (3) tendremos:

$$D = \frac{v_1}{V} D_1 + \frac{v_2}{V} D_2 + \dots + \frac{v_m}{V} D_m$$

de donde:

$$DV = \sum_1^m D_m v_m .$$

Esta fórmula es sólo aplicable cuando se conocen los *c.d.g.* de los distintos volúmenes parciales que componen el total, y para poderse aplicar á un volumen cualquiera, nos valdremos de la descomposición infinitesimal, y llamando  $v$  á uno de los volúmenes infinitesimales y  $d$  á la distancia correspondiente á su *c.d.g.* [variable con  $v$ ] tendremos:

$$(\pi) DV = \int v d \quad \text{que es la fórmula general relativa á los volúmenes.}$$

Si consideramos referido el volumen á un sistema coordenado y tomamos como planos de referencia los coordenados, tendremos [llamando  $dv$  al elemento diferencial de volumen]

$$X \int dv = \int x dv \quad ,, \quad Y \int dv = \int y dv \quad ,, \quad Z \int dv = \int z dv .$$

OBSERVACIÓN.—Según cual sea la expresión de  $dv$ , la integral será triple, doble ó sencilla.

OBSERVACIONES GENERALES.—Las fórmulas ( $\delta$ ), ( $\varphi$ ) y ( $\pi$ ) son análogas y pueden condensarse en la fórmula única:  $\Delta E = \int \delta e$ , en la que E representa el número que expresa la línea, superficie ó volumen considerados,  $e$  el elemento diferencial elegido para la línea, superficie ó volumen y  $\delta$  la distancia correspondiente á su *c.d.g.*

La fórmula la más general y única es pues:

$$[\varepsilon] \Delta E = \int \delta e \text{ ó sea: } \Delta \int e = \int \delta e.$$

Al producto  $\delta e$  se le llama momento de primer orden del elemento considerado; por lo tanto  $[\varepsilon]$  podrá enunciarse así: *El momento total es igual á la suma integral de los momentos infinitesimales.*

Recordando que en el cálculo de una suma integral, se pueden substituir los sumandos infinitesimales que en ella intervienen, por otros que difieran de ellos infinitamente poco, se comprende lo siguiente: *El elemento  $e$  debe elegirse de tal modo que las distancias de los infinitos puntos que en él podemos considerar al plano de referencia, difieran entre sí infinitamente poco, y por lo tanto tomar luego para valor de  $d$  el de más fácil expresión de entre ellos.*

Esta última consideración está basada en que si una infinidad de puntos están colocados respecto al plano de referencia á distancias que difieren entre sí *i. p.*, el *c.d.g.* correspondiente difiere también *i. p.* de las distancias consideradas.

Vamos ahora á investigar las fórmulas que deben usarse en los distintos casos que pueden considerarse deducidos todos de la fórmula general  $\Delta E = \int \delta e$ .

LINEAS.—Alabeadas:

$$e = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} = \text{,,} \quad \delta = \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} \text{ según que el plano de refe-}$$

rencia sea el  $\left. \begin{array}{l} YZ \\ XZ \\ XY \end{array} \right\}$

$$\begin{aligned} \varphi_1(xyz) = 0 \\ \varphi_2(xyz) = 0 \quad ,, \quad X \int ds = \int X \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \quad ,, \quad Y \int ds = \\ \int y ds \quad ,, \quad Z \int ds = \int z ds \end{aligned}$$

[variable independiente, la más cómoda para los cálculos].

*Planas:* (En el plano XY)

$$e = ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} \quad ,, \quad \delta = \begin{cases} x \\ y \end{cases} \text{ según que el plano de referencia sea } \begin{cases} YZ \\ XZ \end{cases}$$

$$f(xyz) = 0 \quad X \int ds = \int x ds \quad ,, \quad Y \int ds = \int y ds .$$

[variable independiente, la más cómoda para los cálculos]. Hay que tener presente que por ser  $z = 0$  siempre  $L$ , también vale cero, ó lo que es lo mismo, que el *c.d.g.* de una línea plana está en su plano.

*SUPERFICIES. — Alabeadas:*

$$e = \sqrt{1 + p^2 + q^2} dx dy = d\omega \quad ,, \quad \delta = \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} \text{ según que el plano de referencia sea el } \begin{cases} YZ \\ XZ \\ XY \end{cases} \left[ \begin{array}{l} f(xyz) = 0 \\ \text{y cilindros limitantes} \end{array} \right]$$

$$X \iint \sqrt{1 + p^2 + q^2} dx dy = \iint X \sqrt{1 + p^2 + q^2} dx dy$$

y análogamente:

$$Y \iint d\omega = \iint y d\omega \quad ,, \quad Z \iint d\omega = \iint z d\omega .$$

*Planas:*

$$e = dz dy \quad ,, \quad \delta = \begin{cases} x \\ y \end{cases} \text{ según que el plano de referencias sea el } \begin{cases} YZ \\ XZ \end{cases} (z = 0)$$

[ecuaciones de las líneas limitantes]

$$X \iint dx dy = \iint x dx dy \quad ,, \quad Y \iint dx dy = \iint y dx dy .$$

Si  $e = (y_1 - y_2) dx$  entonces:

$$X \int (y_1 - y_2) dx = \int X (y_1 - y_2) dx, \quad \dot{e}$$

$$Y \int (y_1 - y_2) dx = \frac{1}{2} \int (y_1^2 - y_2^2) dx .$$

Volúmenes.

$$e = dv = dx dy dz \dots$$

$$\partial = \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} \text{ según que el plano de referencia sea el } \begin{cases} YZ \\ XZ \\ XY \end{cases}$$

[ecuaciones de las superficies limitantes]

$$X \iiint dx dy dz = \iiint x dx dy dz \quad ,, \quad Y \iiint dx dy dz = \iiint y dx dy dz \quad ,, \quad Z \iiint dx dy dz = \iiint z dx dy dz .$$

$$\text{Si } e \begin{cases} = \Omega_x dx \\ = \Omega_y dy \\ = \Omega_z dz \end{cases} \quad ,, \quad \text{entonces } X \int \Omega_x dx = \int x \Omega_x dx \quad ,,$$

$$Y \int \Omega_y dy = \int y \Omega_y dy \quad ,, \quad Z \int \Omega_z dz = \int z \Omega_z dz .$$

## Investigación de una fórmula la más general para los M de I

Para pasar del momento de inercia relativo á un sistema de puntos al caso de una línea, superficie ó volumen, nos valdremos de la consideración del radio de giro.

CASO DE UN VOLUMEN.—Distribuyamos uniformemente en el volumen considerado  $V$  [ $V$  es un número] un número  $N$  de puntos suficientemente grande, á fin de que quepan puntos en los distintos volúmenes parciales  $v_1 v_2 v_m$  que integran el total. Sean  $n_1 n_2 \dots n_m$  los números de puntos que corresponden á los volúmenes parciales antes considerados. Llamemos  $R$  al radio de giro correspondiente al sistema de puntos  $N$  y  $R_1 R_2 \dots R_m$  los correspondientes á los sistemas parciales  $n_1 n_2 n_m$ . Teniendo en cuenta lo dicho para los sistemas de puntos.

$$NR^2 = n_1 R_1^2 + n_2 R_2^2 + \dots + n_m R_m^2 = \sum_1^m n_m R_m^2 \quad [1]$$

Si ahora suponemos á N. I. G.  $n_1 n_2 n_m$  también lo serán, y es fácil ver que los radios de giro tenderán á valores límites que llamaremos respectivamente  $\rho \rho_1 \rho_m$ .

Ahora bien, de [1] se deduce:

$$R^2 = \frac{n}{N} R_1^2 + \frac{n_2}{N} R_2^2 + \dots + \frac{n_m}{N} R_m^2.$$

y al tomar en ésta límites y tener en cuenta que  $\lim.$

$$\frac{n}{N} = \frac{v_1}{V} \quad \text{,,} \quad \dots \quad \lim. \frac{n_m}{N} = \frac{v_m}{V}$$

resulta:

$$\rho^2 = \frac{v_1}{V} \rho_1^2 + \dots + \frac{v_m}{V} \rho_m^2$$

de donde:

$$V \rho^2 = v_1 \rho_1^2 + v_2 \rho_2^2 + \dots + v_m \rho_m^2$$

$$\text{ó} \quad (x) \quad V \rho^2 = \sum_1^m v_m \rho_m^2 = I n \quad (V = \sum_1^m v_m)$$

La ( $x$ ) serviría para calcular el  $M$  de  $I$  en el caso que se supiera descomponer el volumen en volúmenes parciales de radio de giro conocido á priori; más como que esto no ocurre para ningún volumen, la dificultad que aparece en el terreno de la finitud la solventaremos apelando á los *i.p.s.* Para ello imaginemos descompuesto el volumen total, en una serie indefinida de volúmenes elementales *ips*, y elijamos de tal modo dichos volúmenes elementales que para cada uno de ellos todos los infinitos puntos que en él podamos imaginar, se hallen á distancias del eje que difieran entre sí *i* poco. Claro está, que el radio de giro correspondiente á uno cualquiera de dichos elementos diferirá también *i*. poco de cualquiera de las infinitas distancias antes conocidas [pues será  $<$  que la  $>$  de dichas distancias y  $>$  que la  $<$ ] y por lo tanto podremos tomar por valor del radio de giro [apoyándonos en lo relativo á los principios de integración] cualquiera de las distancias mencionadas, por lo tanto la de más fácil expresión. Después de lo dicho, llamando  $v$  al elemento infinitesimal de volumen y  $r$  á su radio de giro tendremos:

$$I_v = \int v r^2 = V \rho^2 \quad ,,$$

Fórmula que nos resuelve el problema. En el caso de ejes rectangulares, las fórmulas serian [como es fácil ver]:

$$I_x = \int \rho_x^2 v = \int \int \int (y^2 + z^2) dx dy dz \quad ,,$$

$$I_y = \int \rho_y^2 v = \int \int \int (x^2 + z^2) dx dy dz \quad ,,$$

$$I_z = \int \rho_z^2 v = \int \int \int (x^2 + y^2) dx dy dz \quad ,,$$

$$[\text{pues } \rho_x^2 = y^2 + z^2 \quad ,, \quad \rho_y^2 = x^2 + z^2$$

$$\rho_z^2 = x^2 + y^2 \quad ,, \quad v = dx dy dz].$$

¡ Muchas veces puede abreviarse el cálculo de estas integrales, va-

liéndose de las siguientes consideraciones: Sea un eje cualquiera que tomamos como eje de las  $z$  y dos planos que pasen por dicho eje y perpendiculares entre sí, que supondremos sean los  $zx$  y  $zy$  tendremos:

$$(\rho) I_z = \int \rho^2 v = \int (x^2 + y^2) v = \int x^2 v + \int y^2 v \text{ ,, } [v = dx dy dz]$$

Al producto  $x^2 v$  se le llama momento de 2.º orden del elemento  $v$  respecto el plano  $zy$ , y análogamente para  $y^2 v$ . Con este convenio la  $[\beta]$  podrá enunciarse así: *El momento de inercia de un volumen [y también de un sistema de puntos] respecto un eje, es igual á la suma de los momentos de 2.º orden respecto dos planos rectangulares que contengan al eje.* El teorema anterior nos permite escribir:

$$I_x = \int y^2 v + \int z^2 v = \int y^2 \Omega_y dy + \int z^2 \Omega_z dz \text{ ,,}$$

siendo  $\Omega_y$  y  $\Omega_z$  las secciones producidas en el sólido por planos paralelos á los  $ZX$  y  $YX$  respectivamente.

Análogamente tendremos:

$$I_y = \int z^2 \Omega_z dz + \int x^2 \Omega_x dx \text{ ,, } I_z = \int x^2 \Omega_x dx + \int y^2 \Omega_y dy.$$

Siempre que sepamos poner  $\Omega_x$  en función de  $x$  y en función de  $y$  y  $\Omega_z$  en función de  $z$ , podremos hallar los M. de I. respecto los ejes, valiéndonos de integraciones sencillas.

CASO DE UNA SUPERFICIE.—Sea la superficie  $S$ , que supondremos descompuesta en varias partes que llamaremos  $S_1 S_2 \dots S_m$ . Como en el caso de los volúmenes distribuiremos en la superficie un número de puntos que luego supondremos crece indefinidamente y siguiendo la misma marcha [basta en la dicho para los volúmenes cambiar las *ves* en *eses*] tendremos:

$$I_n = S \rho^2 = \sum_1^m \rho_m^2 s_m \text{ y } I_n = S \rho^2 = \int s \rho^2 \text{ en la que}$$

[  $s$  = elemento de superficie ] para las superficies curvas tendremos;  
[  $\rho$  = su radio de giro ]

$$\left[ s = \sqrt{1 + p^2 + q^2} \, dx \, dy \right] ; I_x = \int \int \int (y^2 + z^2) s \, ,,$$

$$I_y = \int \int \int (z^2 + x^2) s \, ,, \quad I_z = \int \int \int (x^2 + y^2) s \, ,, \quad [z = (\varphi(x, y, 1))].$$

El caso de las superficies planas es el más importante y de él vamos á ocuparnos con más extensión.

El M. de I. para ejes cualesquiera, oblicuos respecto al plano de la figura, se calcula como en el caso de las superficies curvas.

El M. de I. respecto un eje colocado en el plano de la superficie se calcula por la fórmula

$$I_x = \int \int y^2 \, dx \, dy$$

[suponiendo que el eje coincide con el de las  $x$ ]. Los M. de I. respecto ejes normales al plano de la superficie se llaman *momentos polares de inercia*, y si tomamos el eje polar como eje de las  $z$  y como ejes de las  $x$  é  $y$  directas, pasando por el pie del eje y perpendiculares entre sí, tendremos:

$$I_z = I_o = \int \int (x^2 + y^2) \, dx \, dy = \int \int x^2 \, dx \, dy + \int \int y^2 \, dx \, dy.$$

Y esta nos evidencia que *el momento polar de inercia respecto un punto o es igual á la suma de los momentos de inercia respecto dos ejes rectangulares que pasan por o y coplanos con la figura considerada.*

CASO DE UNA LÍNEA.—Si en la línea considerada L, que suponemos descompuesta en varias partes  $l_1, l_2, \dots, l_n$  distribuimos un número de puntos N, que luego supondremos crece indefinidamente, siguiendo una marcha análoga á las anteriores tendremos:

$$I_n = L \rho^2 = \sum_1^m \rho_m^2 l_m \, ,, \quad \text{y} \quad I_n = \int r^2 l$$

[siendo  $l$  el elemento de línea y  $r$  su radio de giro], para las líneas alabeadas tendremos:

$$l = ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}.$$

$$I_x = \int (y^2 + z^2) ds \quad , \quad I_y = \int (z^2 + x^2) ds \quad , \quad I_z = \int (x^2 + y^2) ds \quad ,$$

$$\left[ \begin{array}{l} F(xyz) = 0 \\ f(xyz) = 0 \end{array} \right]$$

Y para las planas:

$$I_x = \int y^2 ds \quad , \quad I_y = \int x^2 ds \quad , \quad I_o = I_z = \int (x^2 + y^2) ds = I_x + I_y \quad ,$$

[estando los ejes  $(xy)$  en el plano de la línea]  $\quad , \quad [f(xy) = 0]$ .

NOTA.—En el caso de las superficies planas, al pretender hallar el M. de I. respecto un eje cualquiera, conviene colocar la  $x$  é  $y$  coplanos con la figura, en cuyo caso:

$$I_z = I_x + I_y .$$

J. GALÍ.

## Sustitución de un puente metálico para vía férrea sin interrumpir el servicio.

---

Las cargas cada día crecientes que se adoptan para el material móvil de los ferrocarriles obligan á las Compañías de todos los países á reforzar las vías y especialmente los puentes metálicos, que en muchos casos deben ser sustituidos por otros completamente nuevos, calculados con arreglo á los últimos Reglamentos vigentes en cada país. En España esta sustitución se está llevando á cabo con gran actividad desde hace unos tres años; especialmente en la C.<sup>a</sup> del Norte, cuyas redes antiguas tienen en su mayoría los mismos puentes que se montaron al inaugurarse sus servicios.

La sustitución se hace sin interrumpir el tráfico aprovechando en muchos casos los estribos y pilas existentes, contruidos en su mayoría para doble vía, para montar el nuevo tramo al lado del antiguo y así con una pequeña desviación de la vía en la entrada y salida del puente, queda hecho el cambio con relativa facilidad. Pero esto no es posible cuando el puente está apoyado sobre pilares aislados, como sucede en el de Marcilla, donde el río Aragón es cruzado por la línea de Zaragoza á Alsasua, de cuya sustitución nos vamos á ocupar.

El puente antiguo constaba, lo mismo que el nuevo, de 16 tramos metálicos independientes, de 30 m. de longitud cada uno, apoyados en dos estribos de fábrica y 15 pilas, constituida cada una de ellas por dos tubos de fundición perfectamente arriostrados entre sí y rellenos de hormigón. La forma de sus vigas principales está representada en la lámina I, y es del tipo Warren doble con la cabeza superior en sección de  y la inferior constituida por dos hierros planos, viniendo á ser como un sistema intermedio entre los tipos americanos y los puentes rígidos europeos.

El puente nuevo, mucho más robusto y rígido, tiene las vigas principales del tipo Prat; es decir, con grandes mallas de diagonales tendidas y montantes comprimidos; estando contrarrestados los esfuerzos cortantes de sentido contrario á los máximos que se des-

arrollan hacia el cenrtro por medio de contrabarras. La figura esquemática adjunta n.º 1 representa esta disposición.

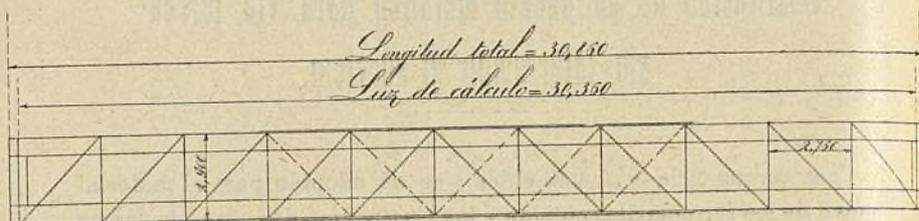


Fig. 1

El sistema empleado para la sustitución de los tramos consistió en esencia en montar sucesivamente cada tramo nuevo al lado del que debía substituir sobre un andamiaje metálico, y una vez hecho el montaje, hacer correr lateralmente los dos tramos juntos; de manera que el tramo nuevo pasara á ocupar la posición del antiguo, mientras éste pasaba á descansar sobre otro andamiaje análogo, colocado al otro lado donde se desmontaba.

El conjunto de esta disposición está sobradamente representado en la lámina I, para que nos entretengamos en su descripción detallada. Los andamios estaban formados por grandes vigas longitudinales, apoyadas la de un lado en unas cartelas fijadas á las mismas pilas del puente y la opuesta sobre piquetes clavados en el fondo del río. Un sistema de riostras reunía estas piezas y encima se dispuso un entablonado para el montaje.

Para el corrido de los dos tramos en sentido lateral, se unían entre sí por los extremos, reforzando al mismo tiempo el arriostrado vertical del tramo viejo en dicho punto por medio de piezas de madera y armando su elemento inferior con una fuerte plancha, que formaba el camino de rodadura y se apoyaba sobre rodillos de acero de 250 milímetros de diámetro, que se hacían girar por medio de fuertes palancas, con mecanismo de trinquete, desde el piso superior de los puentes.

La suspensión de los tramos sobre los rodillos se hacía levantándolos por medio de gatos, y dejándolos descansar sobre los rodillos en el momento de efectuar la maniobra. Todo estaba preparado para hacer esta operación entre el paso de dos trenes; de modo que bas-

taba desmontar los carriles que enlazaban la vía del tramo con la de los demás y dejar descansar los tramos sobre los rodillos.

La sustitución del primer tramo, verificada el 13 de Marzo de 1906, duró 4 horas, por haberse presentado pequeños incidentes; pero como se disponía de este tiempo, el servicio de trenes se hizo sin interrupción alguna. Después, con la experiencia adquirida, se hicieron los corridos sucesivos en tiempos variables entre 40 minutos y dos horas. En Febrero último se sustituyó el último tramo, y hoy puede considerarse terminada definitivamente la obra, de la cual estaba encargada la conocida casa constructora La Maquinista Terrestre y Marítima, que ha tenido ocasión de demostrar una vez más la seguridad con que puede emprender los trabajos más difíciles de la construcción metálica.

A la amabilidad de dicha casa debemos los datos y planos que figuran en esta breve reseña, que acompañamos además con algunos fotograbados generosamente proporcionados por la Compañía y que representan el puente nuevo montado en su posición antes de terminar los andenes y dos fases de la maniobra de sustitución, una antes y otra después del corrido lateral.



## NOTICIAS

**VIDRIOS QUE IMPIDEN EL PASO DE LOS RAYOS SOLARES.** *Vidrio para-sol.*—El vidrio para-sol tiene por exclusivo objeto el que en las cubiertas de pendiente corriente, las vidrieras impidan el paso de los rayos solares permitiendo sin embargo la entrada de la luz difusa.

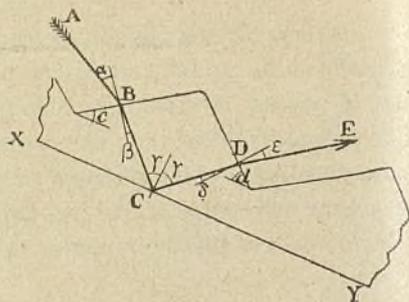
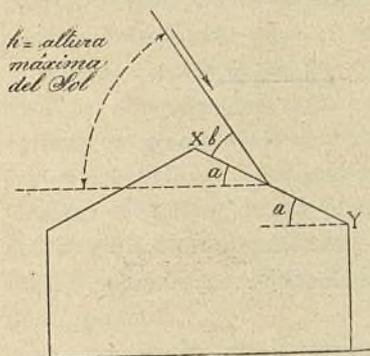
Este vidrio está constituido por una serie de prismas; una de sus caras es plana, formando la otra, prismas triangulares isósceles cuyos ángulos en la base son de  $32^{\circ} 15'$  próximamente.

La determinación de esta forma se ha llevado á cabo de la siguiente manera:

Consideremos el sol al medio día, ó sea cuando se encuentra en el meridiano del lugar, y supongamos una vidriera inclinada, orientada hacia el norte, y cuyos prismas esten dispuestos horizontalmente. Consideremos (fig. 1) la sección de la cubierta por el plano meridiano del lugar. Sea A B (fig. 2) un rayo solar que encuentra en B á la vidriera, donde penetra. Si en C experimenta una reflexión total y sale por D, habrá vuelto á la atmósfera exterior E sin haber franqueado el vidrio. Representemos por  $h$  la altura máxima del sol en estío, por  $a$  la inclinación de la cubierta y por  $b$  el ángulo máximo con que los rayos solares encuentran á ésta; se tendrá:

$$h = a + b$$

El vidrio debe por lo tanto, ser tal que todos los rayos que lo encuentren bajo un ángulo inferior ó igual á  $b$  sean expulsados. Existe interés en que el máximo de  $b$  sea lo mayor posible, pues según la fórmula, siendo  $h$  constante, cuanto mayor sea  $b$  tanto menor será la inclinación  $a$  que podrá darse á la cubierta.



Volviendo al trayecto que el rayo solar recorre en el interior del vidrio, observemos, que, cualquiera que sea la incidencia del rayo

AB, dará siempre un rayo refractado BC en el vidrio. Para que haya reflexión total en C, sobre XY, es menester que el ángulo  $\gamma$  sea mayor que el ángulo límite  $l$  cuyo valor viene dado por la fórmula:

$$\text{sen. } l = \frac{1}{n}$$

siendo  $n$  el índice de refracción del vidrio respecto al aire, para la radiación considerada. Por la misma razón, para que el rayo CD, salga por D según DE, es preciso que el ángulo  $\delta$  sea menor que  $l$ .

Estas condiciones deben quedar satisfechas para todo rayo incidente que forme con el plano XY un ángulo comprendido entre  $o$  y  $l$ . Precisa por otra parte, tener en cuenta las siguientes consideraciones que complican el problema:

1.<sup>a</sup> Los rayos tal como  $r$  (fig. 3) que encuentren á la cara BC atravesarán el vidrio, y para que esto no ocurra es menester que se cumpla la condición:

$$b \leq d$$

siendo  $d$  el ángulo de la base de los prismas.

2.<sup>a</sup> Los rayos tal como  $s$  que salen de la cara BC, podrán en-

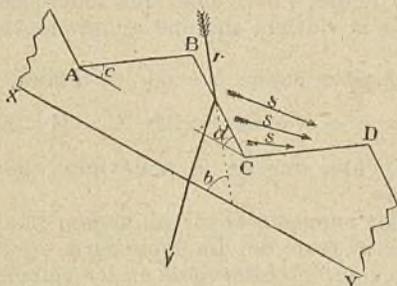


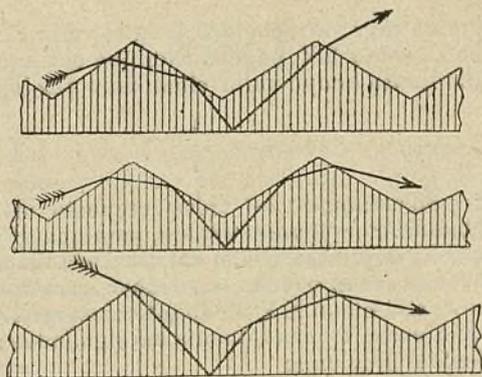
Fig. 3

contrar á la cara CD análoga á la AB y penetrar de nuevo en el vidrio.

3.<sup>a</sup> Existen casos en que el recorrido de los rayos es más complicado que el representado en la figura 2, por ejemplo los representados en las figuras 4, 5 y 6. En estos casos el rayo experimenta dos ó más reflexiones totales.

4.<sup>a</sup> Por último; el índice de refracción  $n$  varía según el color de las diferentes radiaciones elementales de que está compuesta la luz blanca del sol. Se trata, en general, de impedir la entrada de los rayos caloríficos y luminosos, habiéndose admitido que es preciso eliminar aquellos cuyo índice, para el vidrio corriente, está comprendido entre 1.500 (rayos caloríficos infra-rojos) y 1.545 (rayos violeta).

En resúmen, obtenemos ecuaciones que deben quedar satisfechas



Figs. 4, 5 y 6.

para valores de  $n$  comprendidos entre estos límites, y que las resolveremos con relación á  $b$  y  $d$  tendiendo siempre á dar á  $b$  el mayor valor posible.

Limitémonos á señalar los resultados del cálculo, que son los siguientes:

1.º  $c = d = 32^{\circ} 7'$ , es decir que los prismas son isósceles.

2.º  $b = 32^{\circ} 7'$ , lo que quiere decir que todos los rayos que formen con el plano de la vidriera ángulos comprendidos entre  $o$  y  $32^{\circ} 7'$  serán expulsados.

En París, por ejemplo, donde  $h = 64^{\circ}$ , se tendrá:

$$a = h - b = 64^{\circ} - 32^{\circ} 7' = 31^{\circ} 53'$$

ó sea,  $32^{\circ}$  próximamente, que es la pendiente que ordinariamente afectan las cubiertas.

Hasta aquí hemos supuesto el sol al medio día. La cantidad de rayos expulsados en el resto del día dependerá en parte del espesor del vidrio, factor que aun no interviene en los cálculos.

Conviene que el espesor del vidrio en la parte más delgada sea igual á los  $\frac{2}{3}$  de la longitud de los prismas en su base, y en estas condiciones en el solsticio de estío, que es la época más desfavorable, se observará:

Que de 9 y 15' á 2 y 45' quedarán eliminados prácticamente todos los rayos solares.

Que á las 8 y 30' y 3 y 30' el vidrio permitirá el paso al 5% de los rayos solares próximamente.

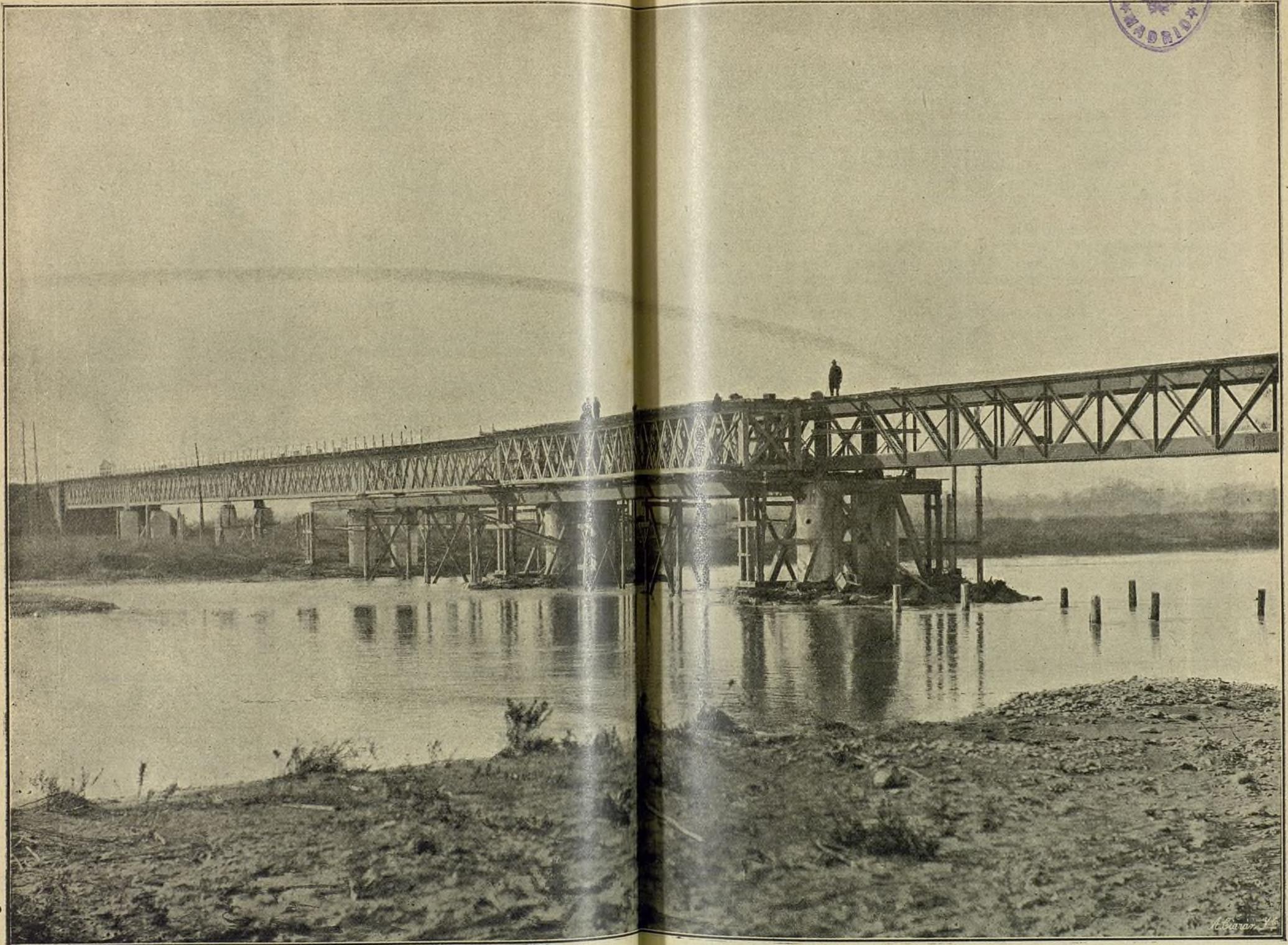
Que de 6 y 30' á 8 y 16' y de 3 y 45' á 5 y 30', los rayos ya menos cálidos penetrarán en una proporción que nunca excederá de 30%.

Que á las demás horas serán eliminados completamente.

---

APARATO PARA MEDIR EL DESGASTE DE LOS CARRILES.—En la red de





VISTA DE UN TRAMO VIEJO DESPUÉS DEL CORRIJO CUCADO SOBRE EL ANDAMIAJE LATERAL PARA SER DESMONTADO.

Ayuntamiento de Madrid

Cam  
dios  
carr  
se p  
rige  
I  
jeto  
dida  
mo  
hac  
C  
rrot,  
idea  
man  
nal  
E

1  
á la  
el pa  
gulo  
ment  
peric

Camino de hierro del Metropolitano de Paris, existen curvas de radios muy pequeños (30 metros), lo que hace que el desgaste de los carriles en las mismas, sea considerable, por cuya razón la Compañía se propuso estudiarlo, tanto bajo el punto de vista de las leyes que lo rigen, como del de las fechas que exigen la renovación de los carriles.

Hasta ahora se empleaban aparatos muy poco apropiados al objeto á que estaban destinados, lo que daba lugar á errores en la medida del desgaste, tanto mayores cuanto que no siempre era el mismo el encargado de medirlo, lo que supone apreciaciones distintas al hacer la lectura.

Con objeto de salvar estos inconvenientes los Sres. Calvé y Perrot, Ingenieros, Jefe y Sub-Jefe de la vía del Metropolitano, han ideado un sencillo aparato, que ofrece la gran ventaja de poderlo manipular un obrero cualquiera, estando exento de todo error personal debido al operador.

El aparato consta de 3 piezas principales (fig. 1, 2 y 3).

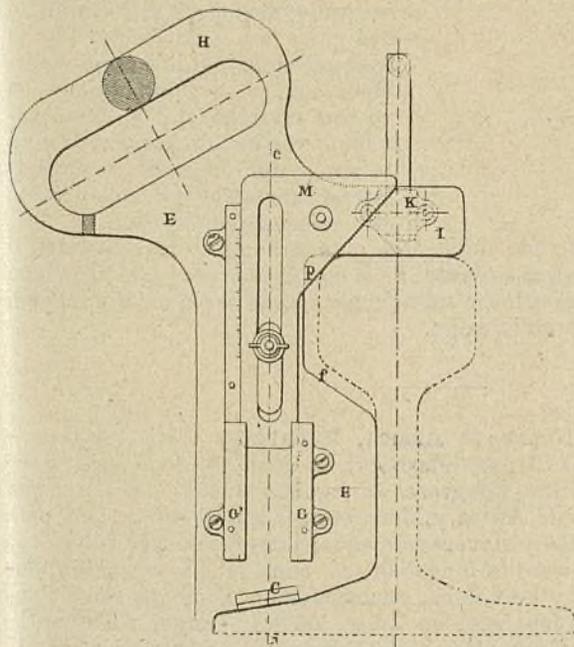


Fig. 1.

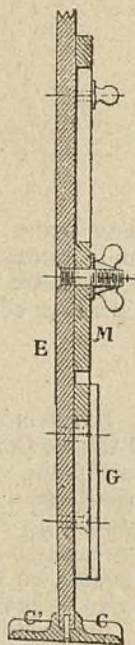


Fig. 2.

1.º Una pieza E que se adapta á la parte superior del patin y á la inferior del alma, separándose en *f* con objeto de dejar libre el paso de las rebabas del carril. En la parte inferior lleva dos ángulos C, C' cuyo objeto es hacer que la pieza E sea matemáticamente perpendicular al eje longitudinal del carril; en la parte superior lleva un asa H para mantener aquella contra el carril, y por

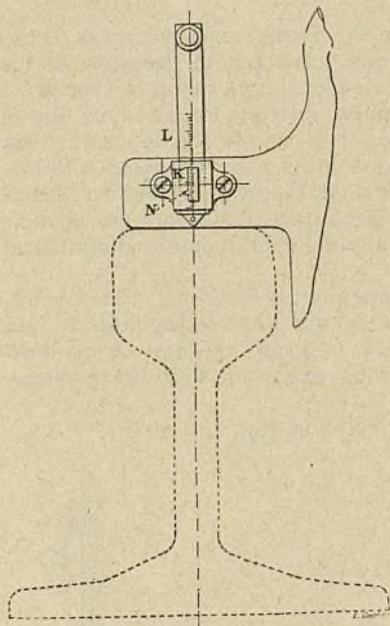


Fig. 3.

gaste vertical medido con antelación, obtendremos el desgaste lateral con la aproximación que se desee. Para medir este desgaste al décimo de milímetro bastaría colocar un nonius en cada regla calibrada, pero la práctica corriente no lo exige.

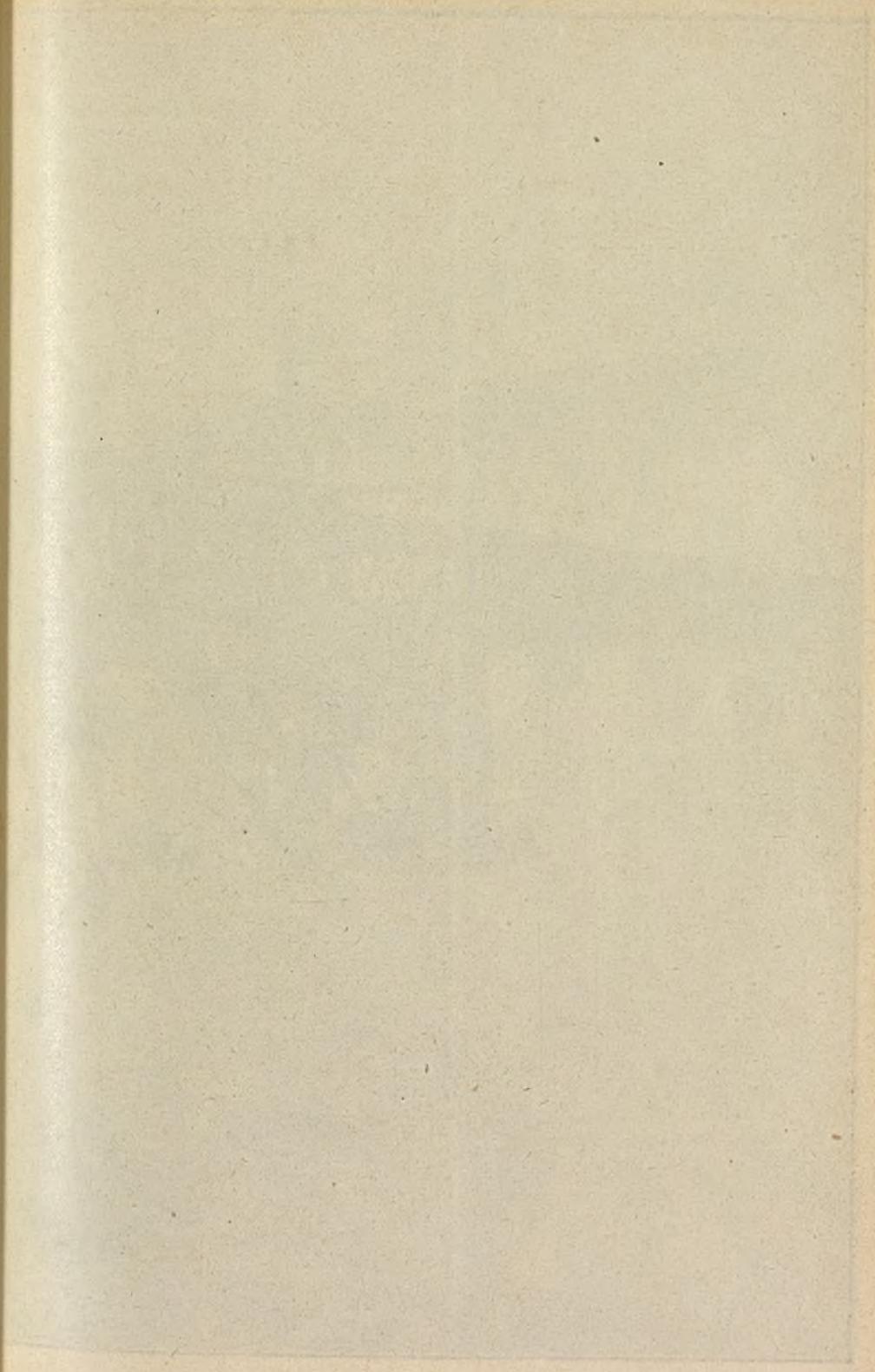
último lleva un apéndice I que se apoya sobre la cabeza del carril sometido á la experiencia.

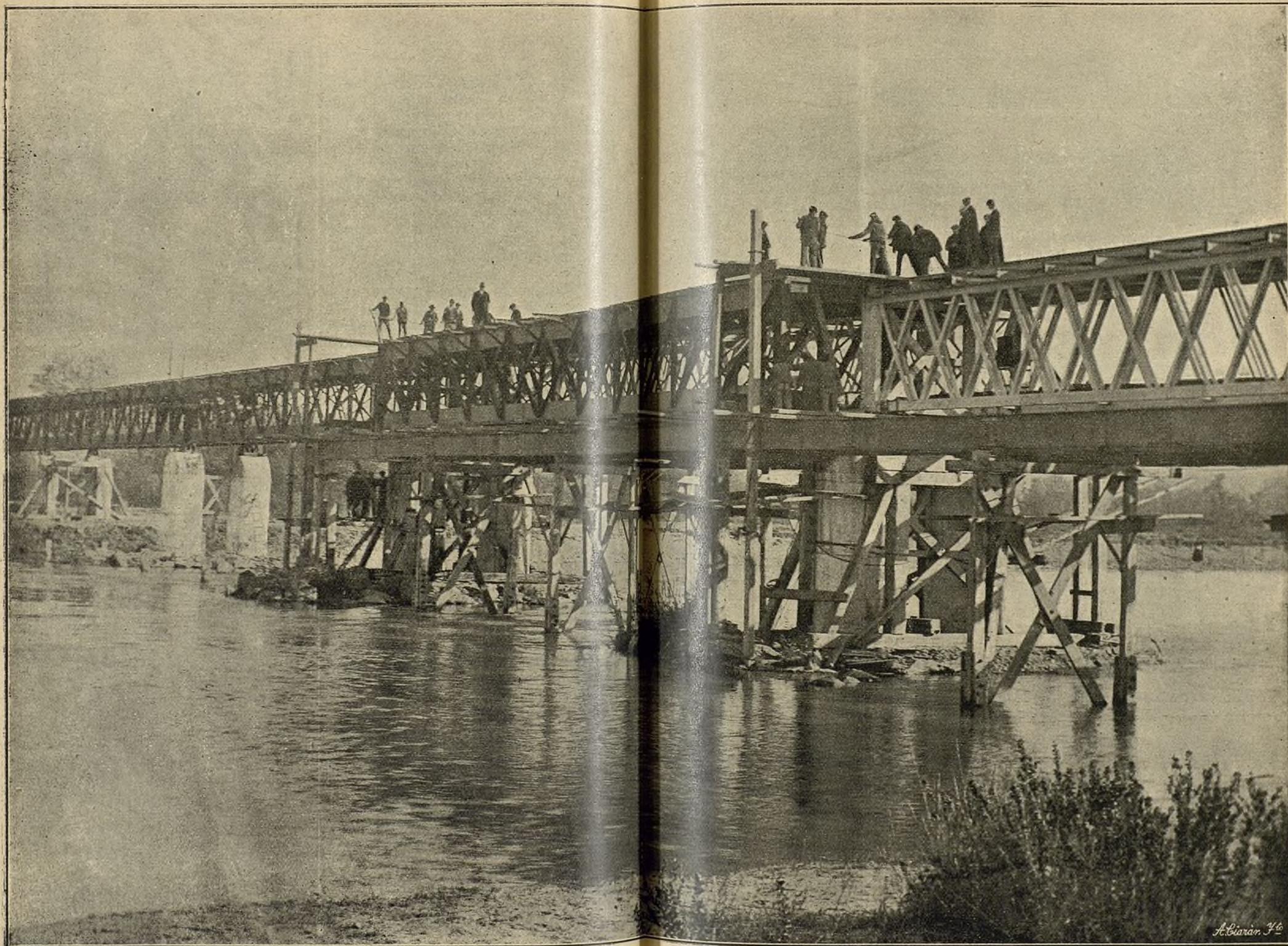
2.º Una segunda pieza K colocada en la extremidad I de la pieza E, y que tiene por objeto medir el desgaste vertical. Consta de un fleje calibrado L, sobre el cual se lee en N la magnitud del descenso y por tanto el desgaste vertical. La simple inspección de la figura da idea precisa de la facilidad de la operación.

3.º Una pieza M colocada al lado de la E, estando una de sus caras inclinada á 45º, pudiendo el conjunto deslizarle á lo largo de dos guías G y G'. Observando el triángulo rectángulo isósceles formado con *p* como hipotenusa, se ve con claridad que el desplazamiento vertical de la pieza M será la suma del desgaste vertical y lateral. Restando por consiguiente del desplazamiento total, el des-

EXPEDICIÓN AL NORTE DE AFRICA, MARRUECOS Y RÍO DE ORO.— El Centro Comercial Hispano-Marroquí ha comunicado á esta Asociación que en el último Congreso Africanista se acordó realizar una expedición al Norte de Africa y Marruecos, hasta el Río de Oro, para estudiar los mercados y riquezas de aquel país, establecer relaciones y recoger muestras para la fundación de museos de productos marroquíes, en Madrid y Barcelona, relacionados con los que se establecerían de productos españoles en Ceuta, Melilla, Tánger y Tetuan.

Deseando dicho Centro Comercial conocer el número de socios de esta Agrupación dispuestos á formar parte de la proyectada expedición, con el fin de poder calcular el coste aproximado de la misma, para, en caso de que esto sea posible, contratar un vapor que tomara carga, que podría ser vendida por los interesados ó sus representantes, se pone en conocimiento de todos y aquellos á quienes esta expedición interese se podrán dirigir para más pormenores al Secretario del Centro de Barcelona, Rambla del Centro, 30, ó bien al del Centro de Madrid, Alcalá 7.





VISTA DE UN TRAMO NUEVO MONTADO AL LADO DEL PUENTE PARA CORRERLO.

*A. Giarán. F.º*



## BIBLIOGRAFÍA

---

PRIX DE REVIENT ET PRIX DE VENTE DE L'ENERGIE ELECTRIQUE, suivi d'un essai de tarification rationnelle par Gustave SIEGEL, Ingénieur-electricien, traduit de l'allemand par R. Ellissen et E. Allain-Launay —Paris, Librairie Polytechnique, Ch. Béranger, Editeur, 15. Rue des Saints-Pères. — Un vol. de 213 pages. — Prix relié. 8 fr.

La presente obra constituye un tema de doctorado presentado por el autor á la Escuela Técnica superior de Darmstadt, asunto que al mismo tiempo que de actualidad, de gran interés, por los numerosos datos que contiene y por las concepciones originales que expone.

Está dividida en dos libros: el primero trata de las bases de la tarificación y en el segundo expone las fórmulas para la misma. La primera parte del primer libro, está dedicada á la demanda de energía eléctrica considerando el valor del alumbrado, el de la energía eléctrica empleada como fuerza motriz y para la producción del calor y trata de la medida y expresión de la energía eléctrica; la segunda parte dedicada á la oferta de la energía eléctrica trata de los gastos de producción y de la influencia que en el precio de coste ejerce la demanda; en la tercera parte termina el primer libro ocupándose de la repartición de los gastos entre los diferentes suministros de energía.

En el segundo libro, después de hacer algunas consideraciones generales sobre el establecimiento de las tarifas, expone las fórmulas para las tarifas á valor alzado, á tasa fija y por contador, detallando todas las combinaciones que en este último caso pueden hacerse.

Completan esta obra gran número de tablas conteniendo datos de explotación de centrales y otros de mayor interés, haciendo de ella un libro que ha de prestar grandísima utilidad á todos los que explotan centrales eléctricas ó que han de hacer estudios de tarificación.

---

ETUDE SUR LE MÉTROPOLITAIN DE PARIS. — Ses installations interieures, ce qu'elles sont; ce qu'elles devraient être, par J.-B. THIERRY, Conducteur des Ponts et Chaussées.—Paris, Librairie Polytechnique, Ch. Béranger, Editeur, 15, Rue des Saints-Pères.—Une bros in-8 de 83 pages.—Prix: 7 fr. 50.

En este trabajo su autor hace una crítica de las obras subterráneas del Metropolitano de Paris, principalmente bajo el punto de vista de las incomodidades que ofrece, motivando quejas del público, que examina detalladamente, presentando al propio tiempo soluciones originales y sencillas, de fácil adaptación y que al paso que han de ofrecer mayor comodidad para el público y salubridad para el personal, han de proporcionar una evidente economía á la Compañía.

Después de poner en relieve los defectos teniendo en cuenta las experiencias en otros metropolitanos, expone las soluciones, dividiendo su estudio en dos partes: En la primera indica las condiciones que debería reunir para conseguir en el interior de estos vastos subterráneos, la salubridad, la pureza y la frescura del aire; el amortiguamiento del ruido de los trenes; la fácil evacuación pedestre de los viajeros en caso de interrupción ó de accidente, previendo el caso de que los viajeros conserven la debida serenidad, así como el que se apodera de ellos el pánico y en fin, el de hacer inaccesible al personal los carriles de toma de corriente, etc.

En la segunda parte expone las condiciones que debería reunir la vía, sustituyendo el balasto por la vía asfaltada y proponiendo el empleo del carril de cabezas disimétricas sobre coginetes, en vez del carril Vignole.

Además de una sección tipo de túnel reuniendo las condiciones propuestas, se acompañan detalles de la nueva vía; establece una comparación entre el coste en la forma actual, con el que sería en la propuesta, é indica los medios de transformación; de modo pues, que este importante estudio ofrece un verdadero interés, tanto para los interesados en la obra objeto de estudio, como para los que tengan que ejecutar otras análogas, no dudando que por todos será leído con provecho.

---

CERUSE ET BLANC DE ZINC, par *G. Petit*, Ingenieur civil.—Paris, Librairie Gauthier-Villars, 55, Quai des Grands-Augustins. Un vol. petit in-8 de 154 pages (*Encyclopédie scientifique des Aide-Mémoires*).—Prix: broché, 2 fr. 50; cartonné, 3 fr.

Siendo las bases de las pinturas más empleadas la cerusa y el blanco de zinc, el estudio de estas substancias y de su preparación tiene una grandísima importancia y á ello está consagrado este volúmen.

Después de haber expuesto brevemente las nociones fundamentales de la pintura al óleo é indicado las diferentes clases de cerusas empleadas en la práctica, el autor describe sus diversos modos de preparación, extendiéndose más largamente sobre el procedimiento holandés, el cual á pesar de su existencia más que secular y su principio algo empírico, es aún el más aplicado. La preparación ó trituración de la cerusa en pasta al aceite, forma en la cual se presenta sobre todo en el comercio, hace el objeto de un capítulo especial; luego se indican las sofisticaciones más ó menos groseras de que es objeto, así como los métodos rápidos para determinarlas, y en fin, el empleado para el análisis completo del producto. También se estudia su toxicología y se indican los medios más eficaces para preservar del saturnismo el personal que fabrica ó emplea esta materia.

La segunda parte se refiere al blanco ú óxido de zinc que, para ser de un empleo más reciente en pintura, ha tomado un gran sitio en esta industria. Su fabricación, partiendo del metal es demasiado conocida para que el autor se haya detenido mucho, pero en cambio

lo hace en su preparación, partiendo directamente del mineral, procedimiento poco extendido en Europa pero muy usado en los Estados Unidos. Luego el autor describe rápidamente la trituración del óxido de zinc para llevarlo al estado de pasta grasa, que reclama la industria de la pintura.

Esta obra que trata de las dos materias más importantes de la pintura, creemos deberá interesar á todos aquellos en general que se ocupan de la construcción y particularmente los que tratan en la pintura.

---

PÉPARATION MÉCANIQUE DES MINÉRAIS.—Résumé pratique par F. RIGAUD, ancien Ingénieur en chef des Mines.—Paris, Librairie Gauthier Villars, 55 Quai des Grands-Augustins.—Un vol. petit in-8 de 190 pages avec 2 figures (*Encyclopédie scientifique des Aide-Mémoire*).—Prix: broché 2 fr. 50; cartonné 3 fr.

La producción de los minerales metálicos comporta casi siempre la instalación de una fábrica de preparación mecánica para su epuración y concentración, siendo el ingeniero quien debe establecer el plano de esta fábrica y sobre todo el programa de las operaciones, después de un estudio atento de la producción de la mina.

La elección de los aparatos debe variar con la naturaleza de los minerales y el fin que se persigue; en este libro el autor hace notar cuán diferentes son las circunstancias é indica someramente los principios que deben guiar al organizador en su elección para los casos más frecuentes de la práctica; pone al minero en guardia contra las ilusiones demasiado frecuentes sobre los beneficios realizables por la preparación mecánica de los minerales.

Lo que sobre todo se encontrará en este opúsculo, es un conjunto de datos prácticos, un análisis de las condiciones de funcionamiento de los aparatos pudiendo suplir en parte á una larga práctica industrial y permitiendo establecer para los casos ordinarios el esquema de las operaciones, la naturaleza, la magnitud y el número de los órganos de trabajo, al mismo tiempo que la producción que se puede esperar de cada uno de ellos.

Bajo este punto de vista este libro es el complemento indispensable de las obras y de los catálogos especiales publicados por los inventores y constructores, constituyendo un guía precioso é indispensable á los ingenieros.

---

MANUAL DE LEGISLACIÓN ELÉCTRICA VIGENTE.—Compilada y anotada por Gustavo *La Iglesia y García*, abogado.—Madrid, Librería de los Sres. Bailly-Bailliére é Hijos, editores, Plaza de Santa Ana 10.—Un vol. de cerca de 600 páginas.—Precio: 5 pesetas en rústica y 6 encuadernado, en Madrid, y 6 y 7, respectivamente en provincias.

Aprovechando la circunstancia de revestir carácter definitivo y permanente las últimas reformas introducidas en la legislación eléc-

trica, el autor ha publicado este libro de verdadera necesidad, en el que ha recopilado y anotado metódicamente todas las leyes, reales decretos, reales órdenes, reglamentos y demás disposiciones sobre la materia, de grandísimo interés, tanto para los ingenieros electricistas y abogados, como también para los particulares.

El plan seguido por el Sr. La Iglesia en este *Manual* es por demás sencillo. La materia aparece dividida en partes que sucesiva y cronológicamente tratan de la servidumbre forzosas de paso de corrientes eléctricas, instalaciones eléctricas, incluso aplicadas á las industrias minera y metalúrgica, verificadores de contadores eléctricos, telefonía y telegrafía en lo referente al sistema radioeléctrico, alumbrado particular y público, tranvías eléctricos, contribuciones é impuestos y enseñanza técnico-industrial.

El contenido de este libro, recopilado é ilustrado con cuantas notas y referencias puede desear el más exigente, ha sido seleccionado con detención por el autor, y con el fin de que el lector no necesite recurrir en consulta á ningún otro, ni á colección legislativa oficial ó particular, se completa con numerosos apéndices, donde figura cuanto de cerca ó de lejos se relaciona con la materia.

---

PRIMERAS NOCIONES DE CIENCIAS FÍSICAS, QUÍMICAS Y NATURALES, por A. A. Gonzalez y Fernandez, Ayudante encargado de esta asignatura en la Escuela de Artes é Industrias de Madrid.—Madrid, Librería de los Sres. Bailly-Baillié é Hijos, editores, Plaza de Santa Ana 10.—Un volumen con figuras.—Precio: 2 pesetas.

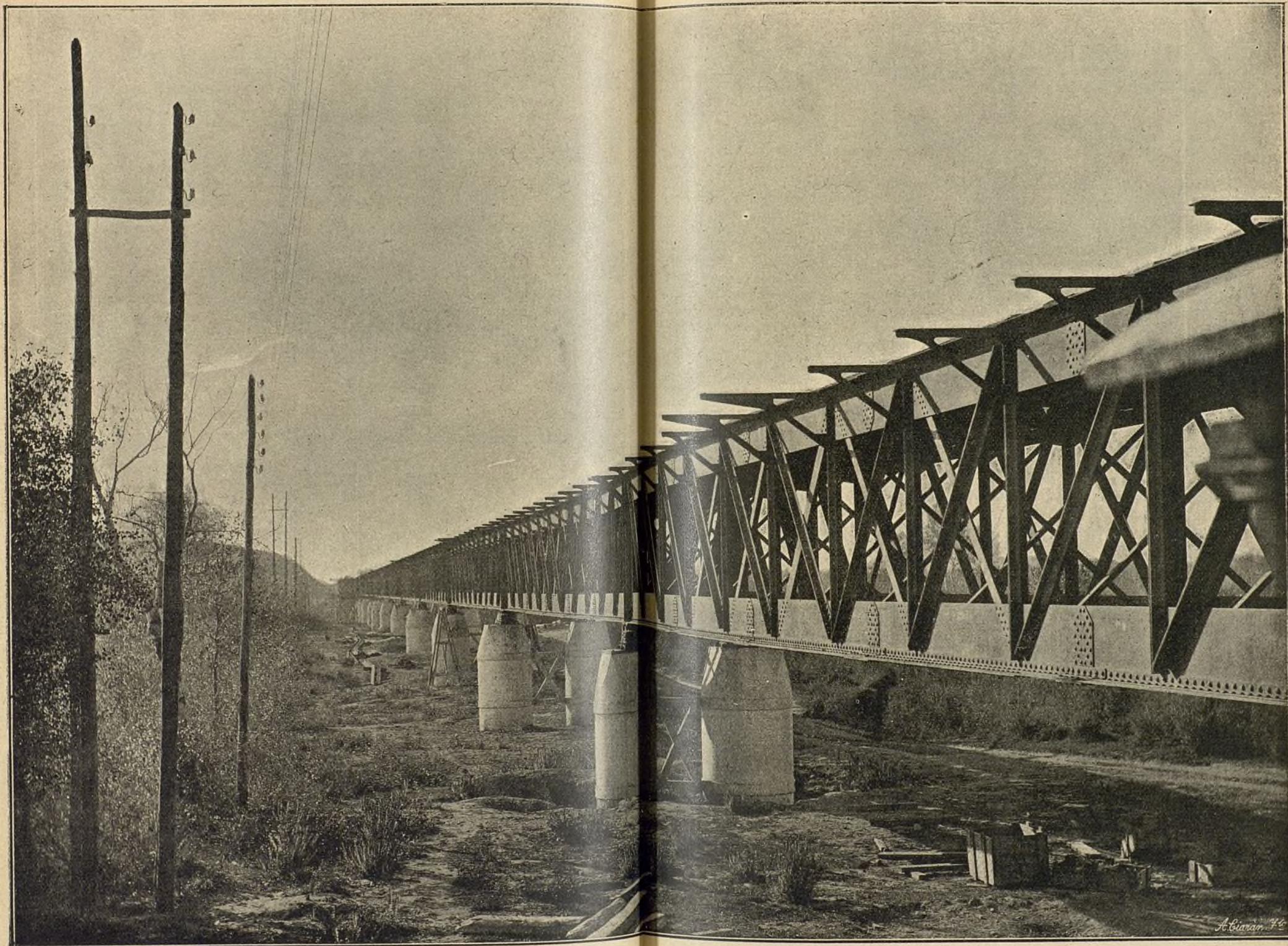
Ajustado al programa de la asignatura de Ciencias físicas, químicas y naturales, el autor encargado de esta enseñanza en la Escuela de Artes é Industrias de Madrid, ha reunido en un pequeño volumen el gran caudal de conocimientos que se exigen al alumno en el estudio de estas ciencias bajo un método sencillísimo, que hace sumamente fácil su estudio: en los veinticinco capítulos de que consta se estudia con gran claridad cuanto se relaciona con el mundo, las cosas que le constituyen, sus propiedades y en una palabra, cuanto el alumno debe aprender sobre las tres ramas de conocimientos científicos en que se subdivide la ciencia de la Naturaleza y que responden á estas tres preguntas; ¿Cómo son las cosas? ¿Cómo están las cosas? ¿De qué son las cosas? ó sea á los tres grupos que se denominan, respectivamente, Ciencias naturales, Ciencias físicas y Ciencias químicas.

Este libro se recomienda especialmente para los alumnos de las escuelas de Artes é Industrias á quienes el autor lo ha dirigido principalmente.

---

MANUAL DEL APRENDIZ Y DEL AFICIONADO ELECTRICISTA, por H. de Graffigny.—Quinta parte: Alumbrado eléctrico en las habitaciones y





VISTA DE UNA SERIE DE TRAMOS NUEVOS EN SU POSICIÓN DEFINITIVA.

Ayuntamiento de Madrid

*A. Guzmán*



edificios; traducción de Ricardo Yesares Blanco.—Madrid, Librería de los Sres. Bailly Bailliére é Hijos, editores, Plaza de Santa Ana 10 y en todas las librerías.—Precio: 2 pesetas en rústica y 2'50 encuadernado en tela.

A todos en general, especialmente á los electricistas y cuantas personas tengan luz eléctrica en sus casas interesa conocer este nuevo tomo del interesante *Manual del Aprendiz y del aficionado electricista*.

Dividida en siete capítulos la obra, estudia en ellos sucesivamente el alumbrado eléctrico en general, haciendo su comparación con los demás sistemas de alumbrado y exponiendo sus ventajas, peligros y coste; la producción y medida de la electricidad; el alumbrado eléctrico por pilas, dando á conocer la variedad de las que se usan y los precios corrientes á que resulta; el alumbrado eléctrico doméstico por las máquinas, estudiando y comparando los diversos sistemas usuales y los dinamos, motores y estaciones; la instalación de luz por sectores; las instalaciones particulares de alumbrado y las lámparas eléctricas portátiles.

Ilustran esta obra profusión de grabados y cuatro láminas en colores representativas de otros tantos planos de instalaciones de luz eléctrica en edificios y habitaciones.

#### LIBROS RECIBIDOS

LO QUE DEBE SABER EL NIÑO.—Pureza y Verdad, por Sylvanus Stall, traducido del inglés por D. Severino Aznar.—Madrid, Librería de los Sres. Bailly-Bailliére é Hijos, editores, Plaza de Santa Ana 10 y en todas las librerías de España y América.—Precio: 3'50 pesetas en rústica y 4'50 encuadernada.

El autor ha dedicado este libro á millares de niños cuyas ingenuas preguntas sobre el origen de la vida y del sér merecen una contestación sincera, directa y terminante, que los salve de ignorancias peligrosas y los ponga en condiciones de luchar con éxito contra el vicio y todo género de perversidades.

Desde su aparición ha tenido un éxito asombroso, siendo traducido á casi todos los idiomas del mundo y mereciendo los mayores elogios de los hombres de ciencia y de doctos teólogos y prelados, pudiéndose citar entre otras personalidades españolas al señor obispo de Madrid, cuya licencia de impresión y publicación encabeza la obra, y al sabio doctor Mariani, cuyo juicio también se inserta: trata los más delicados puntos de las relaciones sexuales de un modo claro, conciso y sin una palabra que pueda excitar mórbidos sentimientos. El fin principal que este libro se propone es preservar al niño del vicio que le ha de tender lazos, inspirarle ideas morales y elevadas sobre el origen de la vida y si lo necesita sobre las funciones de reproducción.

En una palabra, este libro es sin duda alguna el mejor y más leal consejero de la vida, por lo que su lectura interesa, no solamente al niño, por lo sugestiva y hábil, sino que al padre y en general al hom-

bre y á la mujer, pues es incalculable lo que el mundo progresaría en rectitud y honradez de vida si se asimilara el espíritu que palpita en la obra de Sylvanus Stall.

---

EL GAVILÁN.—Novela italiana original de *Nicola Nicasi*, traducida al castellano por María de Echarri.—Madrid, Librería de los señores Bailly-Bailliére é Hijos, editores, Plaza de Santa Ana 10.—Precio: una peseta.

La distinguida escritora D.<sup>a</sup> María de Echarri ha llevado á cabo una buena labor literaria con la traducción de la preciosa novela cuyo protagonista no es un héroe de folletín, sino un sér real al que sus hazañas de bandido dieron triste celebridad en la hermosa Calabria, y á quien por su energía y condiciones montaraces denominaron los campesinos con el nombre de *El Gavilán*, con el cual se le conoció en su vida aventurera.

En las páginas de esta novela el autor ha sabido describir con rara perfección, todo un mundo real de sensaciones, en el que juegan papel el amor, la naturaleza con sus bellezas, las acciones dramáticas y los accidentes, en forma tal que, agujijoneando la curiosidad del lector, le hipnotiza y le obliga á no dejar la obra de delante de su vista hasta tanto haberla leído toda, sin dejar una hoja ni una línea, pues á cada paso se encuentra un incidente ó algo hermoso que subyuga.

---

COMPTE RENDU DES TRAVAUX DU PREMIER CONGRÉS INTERNATIONAL DE L'INDUSTRIE DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS.—Fédération des Associations d'Entrepreneurs de travaux publics et privés en Belgique.—Liége 1907.—1 vol.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS.—Constitution and list of Members.—New York, February 1907.—1 vol.

SOCIÉTÉ DES INGÉNIEURS CIVILS DE FRANCE.—Annuaire de 1907.—Paris 1907.—1 vol.

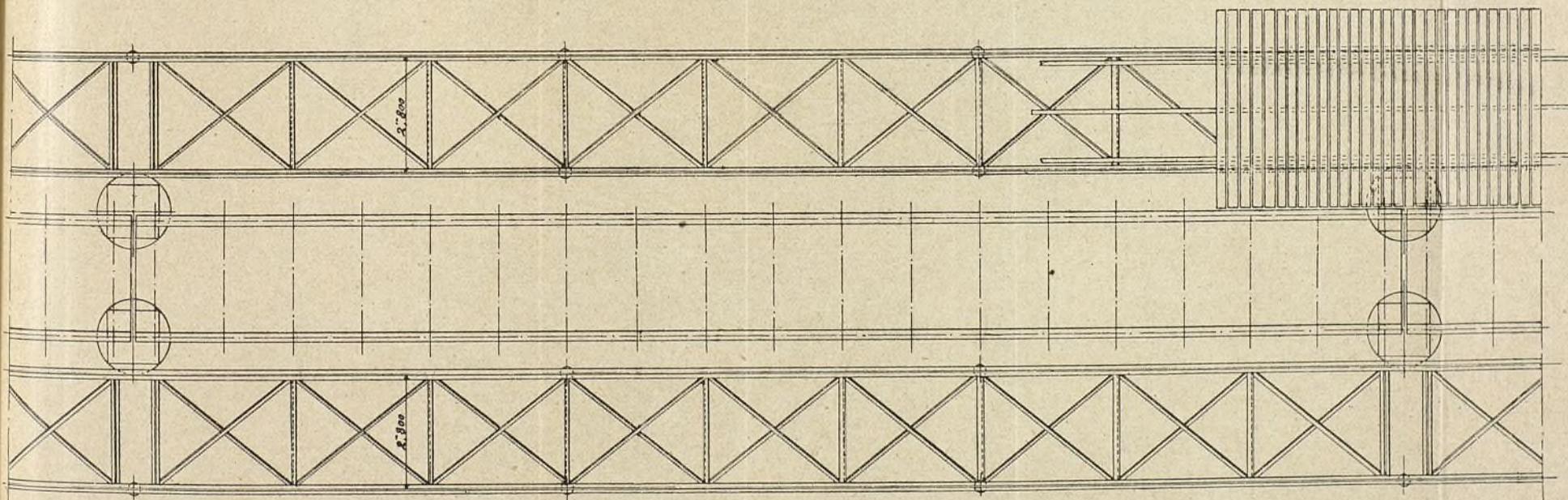
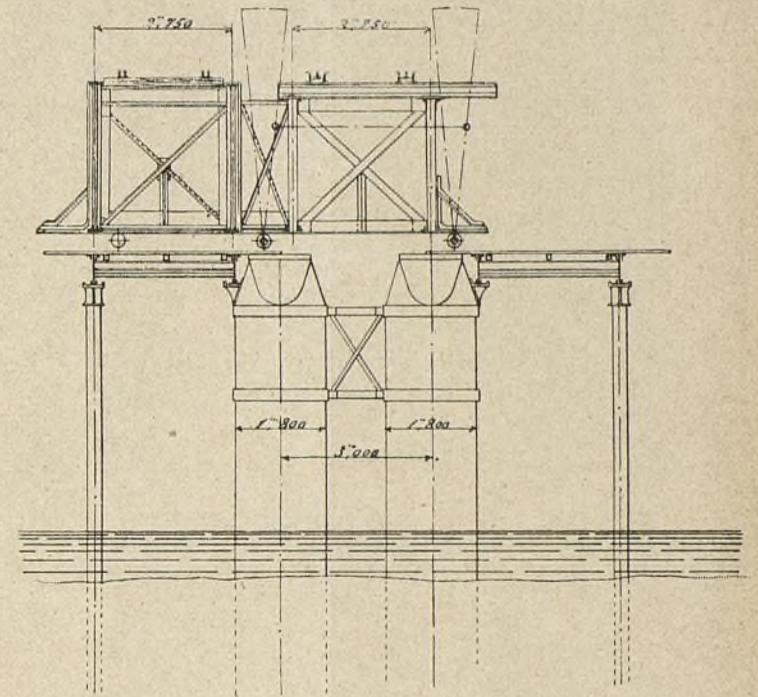
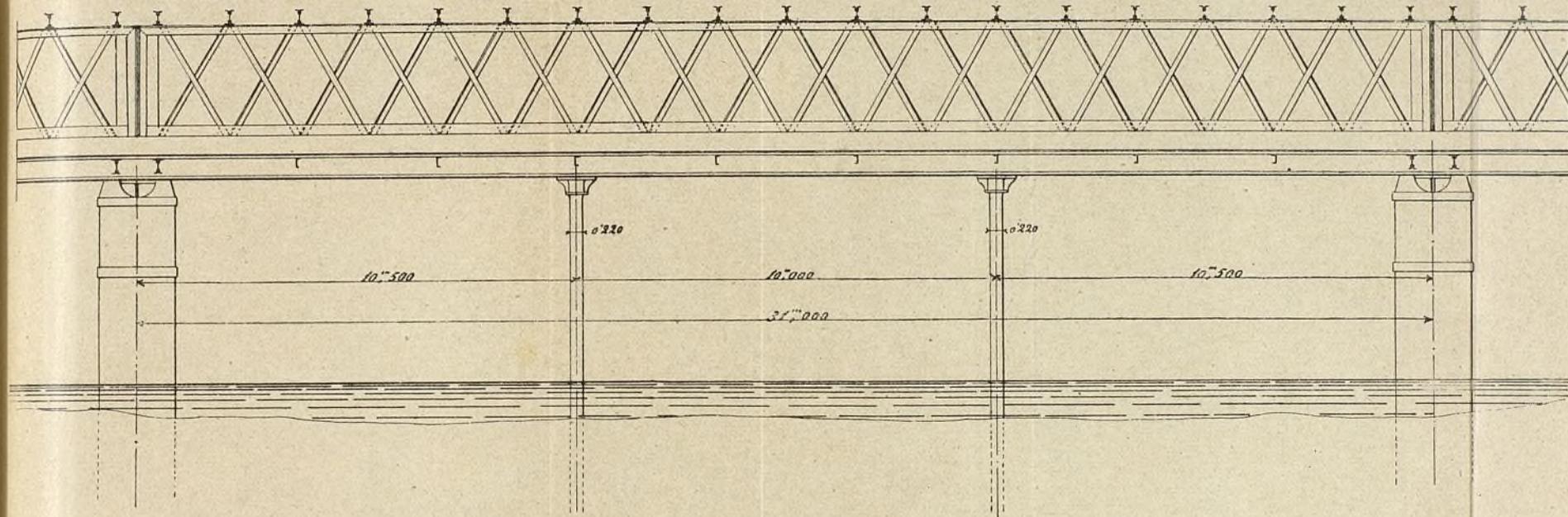
DIRECTORY OF PAPER MAKERS 1907.—London, Merchant Singer & Co. 47, St. Mary Axe, E. C.—1 vol.

THE INSTITUTION OF CIVIL ENGINEERS.—Minutes of Proceedings, vol. CLXVII.—London 1907.—1 vol.

RECONSTRUCCION DEL PUENTE DE MARCILLA

Escala de 1:100

LAMINA I.



PLANO GENERAL DE MONTAJE.

Ayuntamiento de Madrid

