

REVISTA DE OBRAS PUBLICAS

PUBLICACIÓN TÉCNICA DEL CUERPO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

DIRECTOR

D. MANUEL MALUQUER Y SALVADOR

COLABORADORES

LOS INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

SE PUBLICA LOS JUEVES

Dirección y Administración: Plaza de Oriente, 6, primero derecha

LAS OBRAS DE RIEGO EN LOS ESTADOS UNIDOS ⁽¹⁾

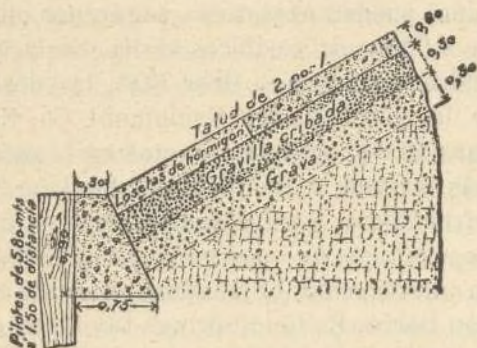
POR

DON JOSE NICOLAU

Y

DON NARCISO PUIG DE LA BELLACASA

Recientemente comienzan también á generalizarse mucho los revestimientos de hormigón, empleándose en varios casos formando losas, como ya hemos dicho al ocuparnos de la presa del Belle Fourche, en la que están colocadas como expresa el dibujo adjunto.



Revestimiento del talud interior en la presa de Belle Fourche.

En otras ocasiones se forma un revestimiento continuo de todo el talud ó de la parte que de ordinario suele quedar en seco. Citaremos como ejemplos de esta clase de revestimientos los de hormigón armado, que estaban construyéndose en varios de los embalses del valle de Cache la Poudre, en las inmediaciones de Greeley, Colorado, cuando visitamos esta región. Acompañamos un fotograbado relativo á la presa de Terry Lake, que se protege en parte de la altura por medio de una cuadrícula de barras de sección cuadrada, estriadas transversalmente en sus caras, que sirve de armadura á una placa continua de hormigón, compuesto de una parte de cemento, dos de arena y cuatro de gravilla. Este revestimiento descansa sobre dos vigas horizontales, también de hormigón armado, que lo limitan superior é inferiormente, las que á su vez se apoyan en pilotes del mismo material, formados abriendo agujeros en el macizo de la presa. Dicha defensa que, como todas las demás obras de esta naturaleza, no se ha proyectado para obtener la impermeabilidad, está calculada de suerte que pueda sostenerse

aun cuando desaparezca, por la erosión del agua, parte de la tierra que protege.

Método de construcción.—En la construcción de las presas de tierra, lo mismo que en las demás obras ejecutadas en la América del Norte, se procura reducir al mínimo el número de operarios, reemplazando su trabajo, hasta donde es posible, por el de las máquinas. Esto es debido, más aún que al adelanto industrial allí existente, á la escasez de braceros, que obliga á pagar los jornales seis ó siete veces más caros que en nuestro país, siendo además difícil encontrar canteros, mamposteros y otros operarios pertenecientes á oficios análogos. Nacen de aquí, comparados con los nuestros, diferencias en los procedimientos seguidos aún para ejecutar obras enteramente análogas, justificadas principalmente por las distintas condiciones sociales y económicas.

Tal vez la costumbre americana de recurrir constantemente al uso de mecanismos en sustitución del trabajo humano sea causa de que no se utilice éste en algunos casos en que fuera más ventajoso, de la misma manera que en nuestro país; el hábito de emplear braceros puede dar lugar á que en ciertas ocasiones no se estudien suficientemente las ventajas que podría proporcionar su sustitución por las máquinas. Por estas razones, consideramos que, sin perjuicio de ocuparnos con más detalle en otro lugar de la descripción y circunstancias que reúnen varias de aquéllas, es oportuno dar á conocer ahora la manera cómo trabajan las que se utilizan usualmente en las excavaciones, transportes, depósito y consolidación de tierras para formación de los macizos de las presas, al mismo tiempo que describamos estas operaciones, refiriéndonos principalmente á las obras que hemos visto en curso de ejecución, y que hemos citado precedentemente.

Las excavaciones se hacen con distintos instrumentos y máquinas, usándose en pocos casos el pico, azadón y pala. Cuando se desea extraer las tierras que forman el terreno superficial, como se hace, por ejemplo, en el fondo de los valles en los que se establecen los embalses, se emplean comúnmente unos arados robustos, que también sirven para dejar rugosa la superficie del terreno sobre la que han de insistir los macizos. La tierra removida por los arados, cuando se lleva á distancias que no pasan de 60 metros, suele en muchos casos cargarse y transportarse por medio de arrobaderas («drag scrapers»); éstas se llenan cuando el obrero, cogiendo las varas, inclina el borde cortante y están

(1) Véase el núm. 1.742 de esta REVISTA.

en disposición de transportar el volumen de 85 á 140 decímetros cúbicos que llevan, al soltar el operario las referidas varas en la forma que expresa el adjunto fotograbado. En terrenos sueltos no es preciso el empleo del arado, bastando la arrobadera para todas las operaciones, como indica el fotograbado, que se refiere á la excavación del terreno superficial del fondo del embalse de Cold Springs, y transporte y vertido de las tierras por medio de arrobaderas, en la parte baja del talud interior de la presa en construcción. La descarga de las arrobaderas se hace, bien levantando la caja y haciéndola girar sobre el borde para que viertan de frente, bien volcándola de costado.

Para extraer la tierra arcillosa, utilizada para formar ciertas partes de la presa de Cold Springs, que se hallaba en el fondo del barranco que cruza el valle, hemos visto empleada la excavadora de vapor conocida con el nombre de «Orange-peel», que funciona de un modo parecido á las dragas Priestman. Tiene aplicación cuando extrayéndose los productos de puntos bajos han de cargarse en carros situados en el terreno natural, como indica el fotograbado adjunto, en el que el útil, que consta de tres segmentos, abiertos al hincarse en el terreno, se cierra en el momento de comenzar el movimiento ascendente para subir las tierras excavadas que deposita en un carro, que no se ve en el dibujo, pero que se hallaba á la derecha. La capacidad del útil varía de 380 á 765 decímetros cúbicos, y la cabria que dirige su trabajo es movida por una máquina de vapor. Excava en terrenos sueltos unos 400 metros cúbicos en diez horas, y aun cuando no es un sistema de los más usados, puede tener útil aplicación en algunos casos. La excavadora empleada en las obras de la presa de Cold Springs procedía de la casa Lidgerwood Manufacturing Co, de Nueva York (1).

Cuando se excava el terreno superficial y se transporta á distancias que requieren el empleo de carros, es muy usada la máquina excavadora-elevadora llamada «elevating grader», que esencialmente consiste en un arado y una tela sin fin que recoge las tierras removidas y las eleva hasta depositarlas en los carros, como expresa el fotograbado. Pueden moverse por caballerías, ó, como vimos en las obras de la presa de Belle Fourche, por una máquina de tracción. La «elevating grader» usada en dichas obras procedía de la casa Western Wheel Scraper Co, Aurora, Illinois, y según nos manifestaron, era de 16 caballos de fuerza, hacía un trabajo de 590 metros cúbicos en diez horas, y había costado unas 5.000 pesetas.

La máquina más empleada para todos los desmontes importantes que se ejecutan en Norte-América, y que tiene indicada aplicación para sacar las tierras destinadas á los macizos de las presas, es la excavadora de vapor («steam shovel»), de cuyo funcionamiento da idea el fotograbado correspondiente. Cuando hay que obtener un volumen considerable de tierras, suele ser el procedimiento más económico, pues se compensan los gastos que requiere la adquisición de la máquina, trenes de transporte é instalación de

vías, con la rapidez, facilidad y aun economía con que se ejecutan los trabajos. Como es sabido, consisten esencialmente estas excavadoras, que no difieren en sus líneas generales de las europeas, en una máquina de vapor, montada sobre una plataforma, movable con su auxilio, á lo largo de una vía férrea, y que acciona también varios mecanismos que permiten al útil trabajar de un modo semejante á la pala ordinaria, derivándose de esta analogía el nombre de «steam shovel». Como se comprende por el fotograbado, cuando el útil ó cuchara, por medio de los movimientos del brazo transversal, que puede girar y deslizar sobre el inclinado de la grúa, se encuentre en su posición más baja y en frente de la trinchera, podrá, al subir empujado contra ella, excavar el terreno con los robustos dientes que lleva en su parte superior, depositándose los productos en la capacidad que ofrece, y cuyas dimensiones suelen variar de 0,75 á 1,90 metros cúbicos; cargado ya el útil con las tierras, se hace girar la grúa hasta que esté encima del vagón, en la forma que expresa el fotograbado, y actuando entonces sobre un escape, se abre el fondo vertiéndose su contenido.

La excavadora de vapor que vimos funcionar en las obras de Belle Fourche desmontaba la tierra arcillosa de una ladera situada en un sitio más alto que la presa, que es como suelen escogerse los puntos de ataque, siempre que es posible, para facilitar la tracción de los trenes de tierras. Procedía de la casa The Vulcan Iron Works Co, Toledo. El útil podía cargar 1,9 metros cúbicos y había costado 42.500 pesetas, puesta en la estación más próxima. Con trenes formados por 10 vagones de 2,3 metros cúbicos de capacidad y dos vías dispuestas para que haya siempre un tren enfrente de la máquina, pueden excavar, según nos manifestaron, algo más de 1.000 metros cúbicos al día. En la presa construída por administración en Deer Flat, las dos excavadoras eran de la casa Atlantic Equipment Co, New-York, y costaron unas 48.000 pesetas cada una en la estación de ferrocarril más cercana, teniendo el útil también la capacidad de 1,9 metros cúbicos, y trabajando á razón de unos 114 metros cúbicos por hora, que podían llegar á 150 si el trabajo se hacía sin interrupción; el material excavado era gravilla mezclada con tierra. En Cold Springs tuvo que colocarse la máquina excavadora en un punto más bajo que la presa, lo que obligó á establecer la vía de los trenes con un gran desarrollo para ganar la altura sin pendientes fuertes; dicha máquina es de la casa Marion Steam Shovel Co, Marion, Ohio, y costó unas 50.000 pesetas.

En las presas de importancia casi todas las tierras se transportan por medio de vagones volquetes que cargan las excavadoras de vapor. En el adjunto fotograbado se representan los de tres metros cúbicos de cabida, empleados en la presa Deer Flat, procedentes de la casa Kilbourn-Jacobs Manufacturing Co, y que costaron unas 1.100 pesetas, puestos en una estación próxima. Del mismo precio, próximamente, é igual cabida son los vagones de Dumpcar Kilgore Peteler Co, Minneápolis, empleados, con resultado también satisfactorio, en las obras de Cold Springs.

En general, las excavaciones de los productos destinados á los grandes macizos de las presas de tierra se hacen con excavadoras de vapor, y el transporte con vagones volquetes arrastrados por locomotoras, formando dos trenes de trabajo. En algún caso, sin embargo, como en Belle Fourche, á más de este medio se emplea, según se ha dicho, la máquina excavadora-elevadora que excava y carga los carros con que se hace el transporte. En Cold Springs se suple-

(1) Hemos considerado que en algún caso puede resultar de interés la indicación de las casas constructoras de las máquinas que se citan en esta Memoria; pero debemos advertir que nos hemos limitado á las que hemos visto empleadas, con buen éxito según los Ingenieros que hemos consultado, sin que en modo alguno tratemos de dar á entender con ello que tales máquinas sean ó no las mejores ó de resultados más satisfactorios entre las de su clase que se fabrican en los Estados Unidos.

menta de un modo análogo el trabajo de la excavadora ordinaria con la llamada «Orangepeel», la cual carga los carros que hacen el transporte.

Una vez depositadas las tierras en el macizo, se extienden por capas de 15 á 20 centímetros, que después se riegan y cilindran. Para esparcirlas é igualarlas suele hacerse uso de las arrobaderas, empleándose también en varios casos una máquina arrastrada por caballerías, provista de una plancha de acero que sirve para distribuir la tierra, y que, por usarse mucho en la extensión de firmes de carretera, se denomina «road machine»; vimos trabajar una de ellas, representada en el fotograbado que se acompaña, en la presa superior de Deer Flat, construída por la Austin Manufacturing Co, de Chicago. Después de extendidas las tierras se riegan, bien con cubas ó con agua á presión, que muchas veces se obtiene elevándola por medio de bombas á un depósito alto, desde el que se distribuye en la zona de los trabajos y campamento donde vive el personal. La consolidación se opera con rodillos, que en varios casos se prescribe estén formados por discos sucesivos, con 5 centímetros de diferencia en sus diámetros, y produciendo una presión que no baje de 330 kilogramos por decímetro de anchura. Generalmente estos rodillos son del tipo corriente en los cilindros compresores, pero algunas veces consisten simplemente en rodillos arrastrados por una máquina de tracción. Entre éstos citaremos uno, representado en un fotograbado siguiente, que vimos funcionar en las obras de la indicada presa superior de Deer Flat, que ofrece la particularidad de estar formado por un cilindro de hormigón construído en la misma obra, habiéndose adoptado esta solución, por no haberse admitido, á causa de estimarlas demasiado elevadas, ninguna de las proposiciones hechas por las casas constructoras, á las que se había recurrido para adquirir uno metálico.

En casi todas las obras se requiere la construcción de campamentos para el personal, exigidos por lo riguroso del clima y la falta de poblaciones en que aquél pueda alojarse. Algunos, como el que la Administración federal ha instalado para construir la presa antes citada, revelan que se ha consagrado atención especial á fin de que resulten sanos y agradables: en él se encuentran, distribución de agua á presión, instalación de duchas para los obreros, oficinas y otras dependencias muy completas, depósito subterráneo para guardar comestibles, dormitorios bien ventilados, retretes asépticos, cuarto de lectura, etc. Contra lo que suele ser general en estos campamentos, en éste se hallan separados los comedores de los obreros del de los Ingenieros y empleados administrativos.

Comparación entre los tipos de presas de tierra.—El estudio de las circunstancias particulares de cada caso es lo que, en definitiva, permite al Ingeniero escoger la solución apropiada, sin que pueda decirse *à priori* que unos tipos deban siempre preferirse á otros. Antes se buscaban materiales apropiados para la ejecución de los perfiles considerados como modelos, y hoy, por el contrario, se proyecta la sección adecuada á los materiales de que se dispone, pudiendo decirse que han dado buen resultado presas formadas con casi toda clase de tierras, siempre que éstas se hayan dispuesto convenientemente, no empenándose, por ejemplo, cuando sólo se dispone de materiales sueltos, en conservar los taludes y secciones sancionadas por la práctica para el caso de mezclas apisonadas de arcilla y grava.

Creemos, por consiguiente, que la cuestión, tan debatida

en América, de si las presas de tierra deben ó no llevar en todos los casos pantallas impermeables, no puede resolverse de un modo radical, por más que, á nuestro juicio, cuando el examen y los ensayos que se hagan con las tierras de que se disponga permitan formular la conclusión de que puede conseguirse la impermeabilidad sin llegar á macizos de espesores excesivos, será, en general, posible prescindir de la pantalla, que es causa de los inconvenientes ya citados en otro lugar.

Cuando se disponga de materiales de ciertas condiciones de impermeabilidad y consistencia, las presas sin pantalla podrán ser homogéneas; pero, de ordinario, convendrá que tengan una parte de su sección transversal destinada especialmente á impedir el paso del agua, y otra para darla resistencia y proteger la primera contra las erosiones. Se acostumbra generalmente en Norte América á colocar los materiales más impermeables cerca del paramento interior, lo que nos parece conveniente cuando estén formados de arcilla mezclada con productos sueltos; pero cuando aquéllos sean muy arcillosos y tenues, será preferible dejarlos hacia el centro del macizo, pues así quedarán mejor protegidos contra cualquier acción erosiva.

Los núcleos arcillosos y los muros de fábrica tendrán su justificación cuando la naturaleza de los materiales térreos haga necesario asegurar la impermeabilidad por dichos procedimientos. Aun cuando los primeros son más económicos, si la diferencia de precio no es excesiva, juzgamos preferible emplear los muros de fábrica, dándoles espesores suficientes y construyendo los terraplenes en las partes contiguas de modo que al ejecutarlos no se produzcan empujes bruscos ni desiguales. En las pantallas de fábrica parece que podrá, en muchos casos, tener adecuada aplicación el hormigón armado, que permite al muro cierta flexibilidad.

LAS MATEMÁTICAS DEL INGENIERO

(Extracto de un informe presentado por Mr. Maurice D'Ocagne, Ingeniero Jefe de Puentes y Calzadas, Delegado del Ministerio de Obras públicas en el cuarto Congreso internacional de las Matemáticas celebrado en Roma en los días 5 al 12 de Abril de 1908.)

Formada una institución en 1896 para celebrar cada cuatro años Congresos internacionales sobre matemáticas, han tenido lugar los tres primeros en Zurich, París y Heidelberg, habiendo correspondido á Roma el cuarto, según acuerdo tomado en la sesión de clausura del último Congreso.

Lo mismo que en los tres precedentes, el Congreso de Roma debía comprender cuatro Secciones:

- I. Aritmética, Álgebra, Análisis.
- II. Geometría.
- III. Mecánica, Física matemática, Geodesia.
- IV. Cuestiones filosóficas, históricas y didácticas.

Por razón de la naturaleza de ciertos trabajos anunciados, el Comité de organización juzgó conveniente añadir á la Sección III una Sección III B, en la cual se agrupasen todas aquellas comunicaciones que interesan especialmente á la ciencia del Ingeniero, y á consecuencia de esta circunstancia el Comité invitó al Ministro de Obras públicas de Francia para que se hiciese representar en el Congreso por un Delegado oficial. Un decreto del 23 de Marzo de 1908 señaló para este cargo al autor del informe que extractamos.

Cada una de las Secciones del Congreso tenía un introductor italiano, encargado de reunir á los congresistas deseados de tomar parte en los trabajos y tomar al mismo tiempo todas las medidas relativas á la organización material de cada sección.

En la mañana del 9 de Abril tuvo lugar la sesión reservada á los Ingenieros Sobre la proposición del Profesor Luiggi fué confiada la presidencia á M. D'Ocagne, asistido como Secretario por el Ingeniero Parvopasu, Ayudante de la Escuela de aplicación de Ingenieros de Roma.

En el orden del día de esta sesión figuraron seis comunicaciones, que son las siguientes:

1.° «Consideraciones sobre las relaciones existentes entre las ciencias matemáticas y el arte de construir», por el profesor L. Luiggi, de Roma.

2.° «Las matemáticas y el arte del constructor en Italia», por el Profesor S. Canevazzi, de Bolonia.

3.° «La técnica del cálculo en la ciencia del Ingeniero», por el Profesor M. D'Ocagne, de París.

4.° «Sobre la rectificación gráfica aproximada de los arcos de círculo», por el mismo.

5.° «Sobre las aplicaciones de las matemáticas á la teoría de la construcción», por el Profesor Claxton Fidler, de Dundee.

6.° «La enseñanza y uso de los matemáticas en la profesión del Ingeniero», por el Profesor Swain, de Boston.

Como se ve por esta relación, á excepción sólo de la comunicación núm. 4, que trata de un punto especial, todas las demás son de un interés general.

Diremos, ante todo, para no tener que volver sobre ello, que esta comunicación núm. 4 tenía por objeto un examen comparativo de las diversas construcciones propuestas para la rectificación gráfica aproximada de los arcos de círculo, debidas á Snellius, Huyghens, Macquorn Rankine Van den Berg y el autor de la comunicación. De este examen resulta que solamente la primera y la última son *reversibles*, es decir, que permiten el procedimiento inverso de establecer sobre un círculo dado un arco de longitud dada, construcción que desde el punto de vista práctico es no menos importante que la construcción directa, teniendo el segundo de estos procedimientos sobre el primero la ventaja de la mayor precisión, sin cederle por eso en nada atendiendo á la sencillez. Otra construcción debida á Eiter, que el Profesor Mehmke, de Stuttgart, ha recordado con motivo de esta comunicación, ofrece el interés, por otra parte más bien teórico, de poder por repeticiones sucesivas llegar á una aproximación en cierto modo indefinida; pero tiene el defecto de no ser reversible. Todas las demás comunicaciones se refieren, como puede verse por sus títulos, á las relaciones entre las ciencias matemáticas y el arte del Ingeniero, y en este concepto son las que han dado á los trabajos de la sección, como ya lo hemos dicho anteriormente, un carácter de interés general.

Es hoy una cuestión muy debatida la de saber hasta qué punto y en qué grado deben recurrir los Ingenieros en la práctica de su arte al uso de las matemáticas, y correlativamente con aquella cuestión, hasta qué punto la enseñanza matemática debe llevarse á los alumnos Ingenieros y cuál es la forma que con preferencia debe darse á esta enseñanza.

En semejante debate cada uno evidentemente opina con arreglo á las tendencias particulares de su espíritu; pero es indudable que la cuestión debe ser tratada teniendo en cuenta consideraciones de orden puramente objetivo. No son solos los teóricos de las ciencias de las construcciones los que

proclaman la utilidad para los Ingenieros de una sólida educación matemática. En este concepto, el informe de M. Luiggi tiene una importancia grande. Nombrado recientemente Profesor de Trabajos marítimos en la Escuela de aplicación de Ingenieros de Roma, después de haber seguido una carrera de las más activas, en el curso de la cual se ha distinguido por muy importantes contribuciones, emite la opinión de que nunca será excesivo cuanto se haga en el sentido de fomentar los progresos de la aplicación de las ciencias matemáticas al arte de las construcciones. Explícitamente lo afirma en la comunicación núm. 1, cuyos argumentos pueden resumirse así:

«Las grandes construcciones realizadas durante el siglo XIX no hubieran sido posibles sin el recurso de las matemáticas.

Para llegar á establecerlas cada día más grandes, como así lo reclama el progreso de la civilización, este recurso se impone con un carácter más y más indispensable.

Las diversas graves catástrofes ocurridas en ciertas construcciones deben, ante todo, ser imputadas á la insuficiencia de las fórmulas empleadas.

No solamente debe haber interés en perfeccionar los métodos de cálculo, sino que es preciso que desde la Escuela se habitúen los futuros Ingenieros á servirse de ellos prácticamente.

Con objeto de facilitar los cambios de ideas entre constructores y matemáticos, debe constituirse un núcleo intermediario de Ingenieros matemáticos que se ocupen únicamente de apropiiar los principios teóricos descubiertos por los segundos á la solución de los problemas prácticos que se presentan á los primeros.

«Estos Ingenieros matemáticos deberán, ante todo, someter á un severo examen crítico los métodos de cálculo ordinariamente empleados en sus países respectivos, con objeto de llegar á una unificación de estos métodos como se ha hecho para los ensayos de materiales.»

Italia ha sido en todo tiempo una tierra de elección para las matemáticas aplicadas al arte de las construcciones, hasta el punto de que han sido objeto de grandes preocupaciones de uno de los primeros obreros de su renacimiento artístico: Leonardo de Vinci.

En la comunicación núm. 2-M., el Profesor Canevazzi presenta un cuadro verdaderamente sorprendente del desarrollo de esta rama de las matemáticas aplicadas en Italia.

Después de demostrar que en los inmortales diálogos de Galileo se encuentra el verdadero manantial de la teoría de la resistencia de materiales, pone en evidencia el papel importantísimo que han desempeñado sus continuadores inmediatos: Marchetti, Fabbri, Viviani, Grandi, y después en el curso del siglo XVIII, Poloni, Lorgna, Frisi, Delanges, Ricati, Lambertí, Orsini, Mascheroni y Salimbeni.

En la segunda mitad del siglo XIX, el estudio de esta teoría ha tomado en Italia un nuevo rumbo. M. Canevazzi caracteriza los trabajos de los sabios italianos de este período por la introducción de la noción de la energía elástica, y el recurrir sistemáticamente á las propiedades de las formas homogéneas de segundo orden. Estos nuevos métodos, muy diferentes de los clásicos de Navier y de Bresse, están llamados á marcar en la ciencia del constructor una huella indeleble.

El cálculo geométrico de las piezas resistentes ha sido también en Italia objeto de una predilección señalada, pero sobre todo en Alemania es donde este método especial se ha

desarrollado, y no es fácil reconocer la contribución importante que á él han llevado los Ingenieros italianos.

Limitándose á no citar más que muertos entre esta pléyade de teóricos del arte de construir durante el período contemporáneo, M. Canevazzi recuerda en primera línea los nombres de Menabrea, de Castigliano y de Cremona, y termina haciendo observar que si es en Italia donde la teoría de la resistencia de los materiales ha tenido su plantel, parece también que por su desarrollo actual es donde debe encontrar una savia muy vigorosa.

La comunicación núm. 3 no se refiere, como las anteriores, á la cuestión del establecimiento de las fórmulas que puede tener necesidad de utilizar el Ingeniero, sino á la traducción en números de estas fórmulas. Efectivamente, á esto queda reducido en el último análisis la aplicación de las matemáticas á un objeto técnico, y es papel del matemático hacer tal operación, sencilla y rápida, sustrayéndola cuanto sea posible á toda causa de error. El ideal sería en este concepto tener para cada fórmula ó ecuación una tabla calculada de antemano, que hiciese reconocer el resultado en todo el campo de variación donde los datos quedan prácticamente comprendidos. Lo que puede hacer fracasar la generalización del empleo de un procedimiento tan ventajoso es, por una parte, el tiempo que exige frecuentemente la construcción de una tabla numérica, y por otra, la imposibilidad de recurrir á un número de entradas en la tabla superior á dos, lo que obliga á reducir todo cálculo á una serie de operaciones donde no entren sino dos parámetros en cada una. Pero estos obstáculos desaparecen gracias al empleo de procedimientos nomográficos, fundados en ciertas relaciones de posición establecidas entre elementos tomados respectivamente en diversos sistemas acotados, coexistiendo en un mismo plano, ó representados sobre diversos planos superpuestos móviles los unos con relación á los otros.

Los elementos acotados los más sencillos son los puntos, y la relación de posición más sencilla que se puede establecer entre ellos es la alineación, lo que hace prever *a priori*, que el método nomográfico más cómodo será el de puntos alineados. La experiencia, en efecto, lo ha demostrado, pues este método es el que más aplicaciones técnicas ha tenido en estos últimos años.

Al final de esta comunicación el autor anuncia que posee en el momento actual y en la Escuela de Puentes y Calzadas una colección de más de 300 ejemplos de aplicaciones técnicas de este método, procedentes de un gran número de técnicos franceses y del extranjero, y que puede poner con sumo gusto al examen de aquellos de sus colegas á quienes particularmente puede interesar el asunto.

En la comunicación núm. 5 el Profesor Claxton-Fidler proclama la alta importancia de las matemáticas para el progreso de la ciencia del Ingeniero, pero insiste sobre los peligros que se corren en su aplicación por la adopción de hipótesis insuficientemente fundadas. Insiste principalmente en que tales factores, que bien pueden despreciarse en el cálculo de las pequeñas construcciones, pueden, por el contrario, tener una importancia capital en las grandes. Su tesis se reduce en el fondo á decir que la intervención del instrumento analítico es indispensable, pero que debe ir precedida de un estudio puramente mecánico á fin de precisar claramente la dirección en la cual dicha intervención debe ejercerse. En apoyo de esta hipótesis cita varios ejemplos, de los cuales, y sin que esto sea un hecho explícito, es uno de los más elocuentes el desastre del puente de Québec.

En la comunicación núm. 6 el Profesor Swain emite ideas, algunas de las cuales han parecido á la mayoría de los asistentes al Congreso demasiado radicales, y de las que han protestado, como se verá más adelante.

Dichas ideas tienen el punto de partida, seguramente rebatible, de que las matemáticas no tienen estrictamente valor más que por sus aplicaciones, careciendo de valor propio para la educación general del espíritu. A consecuencia de estas premisas, el autor examina cuáles son las partes de las matemáticas que pueden considerarse como de un valor práctico, y en su vista las reduce á la aritmética, el álgebra y la geometría elementales, la trigonometría y los primeros elementos del análisis infinitesimal, enseñados, por supuesto, con ejemplos concretos. Las ecuaciones diferenciales no ofrecen, según él, interés alguno en el dominio de las ciencias aplicadas más que para los electricistas. De acuerdo en esto con otros muchos Ingenieros, preconiza para los cálculos prácticos los procedimientos geométricos con preferencia á los procedimientos analíticos, y formula, en fin, la opinión de que la enseñanza de las matemáticas en las Escuelas técnicas no debe darse más que por Ingenieros.

Á consecuencia de esta última comunicación el Profesor Runge, de Gottingen, ha declarado que en su concepto no se podía sostener el que la instrucción matemática de los Ingenieros estuviera limitada únicamente á los elementos del análisis infinitesimal, pues hay un gran número de problemas técnicos y de los más importantes que no pueden resolverse sino gracias á un profundo conocimiento de las partes avanzadas de la teoría de las ecuaciones diferenciales. Sin embargo, mantiene la opinión de que los Profesores encargados de enseñar las matemáticas á los futuros Ingenieros, deben estar al corriente de las necesidades de la técnica, á fin de evitar de que carguen sus programas con nociones desprovistas de toda utilidad.

Después de hacer constar que la mayoría de las personas presentes participaban de la opinión del Profesor Runge, el Presidente propuso someter á la aprobación del Congreso reunido en sesión plena un voto así formulado: «Resulta del cambio de opiniones que ha tenido lugar en la Sección III B, que sería muy de desear el que se provoque una relación muy estrecha entre los que se ocupan de perfeccionar los métodos matemáticos y los que tienen necesidad de aplicarlos á un objeto práctico. Á este efecto, la Sección vota que las matemáticas aplicadas á la ciencia del Ingeniero constituyan en el próximo Congreso el objeto de una Sección especial.»

Dicha Sección tendrá un doble objeto:

1.º Discutir los problemas generales planteados por la ciencia de las construcciones con objeto de obtener los métodos uniformes de cálculo que se deben recomendar á los Ingenieros.

2.º Poner en claro el *desideratum* á que se debe aspirar desde el punto de vista de la cultura matemática general.

Esta proposición, acogida muy favorablemente por la Sección III B, fué sometida en la sesión plena de clausura á todo el Congreso, que la aprobó con un voto unánime con esta disposición adicional:

«Además, la Sección III B propone la constitución de una Comisión internacional encargada de preparar los trabajos de esta nueva Sección. La composición de esta Comisión internacional se hará por la oficina del IV Congreso.»—O.

EL PROBLEMA DE LA ORIENTACION DE LAS VISTAS EN FOTOTOPOGRAFIA (1)

I.—Introducción.

La primera operación que exige la construcción del plano topográfico de una extensión de terreno, deduciéndolo de fotografías del mismo, es la que se conoce con el nombre de «orientación de las vistas».

En la práctica usual de la Fototopografía este problema no presenta dificultad alguna, toda vez que conocemos los datos siguientes, que sirven para resolverlo: la posición del punto de estación, la distancia focal del objetivo, las rectas de horizonte y principal de la vista, la inclinación de ésta en el momento de ser obtenida y el rumbo de uno de sus puntos, referido á otro conocido del terreno.

Pero ocurre algunas veces que nos falta alguno ó algunos de estos datos, y entonces la cuestión se complica notablemente, siendo preciso acudir á procedimientos especiales, de algunos de los cuales vamos á ocuparnos en esta Nota.

Sólo tenemos noticia de que hayan sido resueltos dos de los muchos casos que pueden presentarse; uno de ellos se conoce con el nombre de problema de Steiner, por ser él el primero que lo resolvió geoméricamente, y de él se han dado posteriormente varias interesantísimas soluciones por Schiffner, Dolezal y otros. El otro problema fué publicado primeramente, con una solución analítica, por el Rector de la Escuela Politécnica de Viena, Doctor Ed. Dolezal, hace poco más de un año, y en el presente ha visto la luz otra solución del mismo, original del Dr. H. Scheufele, que no nos ha sido posible estudiar.

En la presente Nota nos proponemos estudiar tres nuevos casos de este problema, más generales que los que acabamos de citar, y definir al mismo tiempo el número de datos necesarios y suficientes para que el problema pueda resolverse.

Comenzaremos por dar una idea del objeto que se propone la «orientación de las vistas fotográficas».

Supongamos por un momento que varias fotografías de una misma porción de terreno se obtienen simultáneamente. Los rayos luminosos que partiendo de un punto A , caen en los centros ópticos O, O', O'' , de las diferentes cámaras, determinan por su intersección con la superficie sensible de las placas fotográficas correspondientes, las imágenes a, a', a'' , de aquel punto A : lo mismo podrá repetirse para todos los demás puntos del terreno que se dividen desde los diversos centros O, O', O'' , Si ahora, inversamente, unimos todos los puntos a, a', a'' , con su centro correspondiente O, O', O'' , las rectas así obtenidas concurrirán en un punto, que será el punto A ; repitiendo la construcción para todos los puntos cuyas imágenes figuren en dos, al menos, de las fotografías, podremos sin dificultad formar una representación exacta del terreno con sus verdaderas dimensiones.

Para obtener planos de un terreno á diversas escalas basta trasladar una de las dos vistas paralelamente á sí misma en la dirección de la recta que une su centro óptico con el de la otra, manteniendo fija ésta; las dos radiaciones que por su intersección determinan el plano topográfico son, en la segunda posición paralelas á las primitivas, y las figuras determinadas por la intersección de los pares de elementos

homólogos en la primera y en la segunda posición, son homotéticas.

Este problema pertenece en el fondo á la Geometría proyectiva, pudiéndose enunciar en la siguiente forma: «determinar el vértice de una radiación que tenga como sección plana un multivértice dado y cada uno de cuyos rayos pase por un punto de posición fija, sabiendo, además, que aquella sección se ha obtenido proyectando estos mismos puntos desde un centro desconocido». Esta última condición es indispensable, pues sin ella el problema sería, en general, imposible.

II.—Los problemas «de Steiner», y «de los seis puntos».

Antes de entrar en el estudio de los tres problemas de que nos proponemos tratar en estas páginas, juzgamos conveniente dar una idea de estos dos interesantes casos particulares y de los métodos propuestos para su resolución.

Steiner se ocupa solamente del caso en que la placa está, al ser impresionada, en posición vertical, y supone, además, que se conoce en ella la dirección de la recta de horizonte, es decir, de la traza de la placa con el plano horizontal trazado por el centro óptico del objetivo de la cámara, al obtenerse la fotografía. Con estas restricciones, que responden á un caso frecuentísimo en la práctica, resuelve Steiner el problema que él llamó «de los cinco puntos», con tal de conocer en un plano topográfico ya construído de la misma región, la posición exacta de cinco puntos que se distingan claramente en las fotografías. La solución de este problema nos da únicamente la proyección horizontal del centro buscado de estación ó punto desde el cual fué obtenida la fotografía; pero no su cota ó altura, y sirve, por lo tanto, para construir solamente la parte planimétrica del plano topográfico.

Sean A, B, C, D y E los cinco puntos, y a, b, c, d y e sus imágenes en la fotografía: podemos proyectar aquéllos ortogonalmente sobre un plano horizontal cualquiera en A_1, B_1, C_1, D_1 y E_1 y proyectar del mismo modo sobre la recta de horizonte de la placa, ó sobre una paralela á ella, las cinco imágenes en a_1, b_1, c_1, d_1 y e_1 . El problema puede ya resolverse en Geometría plana y consiste sólo en colocar el haz de rectas $O_1, A_1B_1C_1D_1E_1$ (proyección del formado en el espacio con las proyectantes de los cinco puntos dados desde el centro de estación O_1) en una posición tal, que cada uno de sus rayos pase por la correspondiente de las proyecciones A_1, B_1, C_1, D_1 y E_1 .

El «problema de los seis puntos» resuelto por Dolezal y llamado por éste «de los siete puntos ó de los seis rayos» (1), es más general que el anterior; supone igualmente que la placa es vertical, pero prescinde del conocimiento de la dirección de la recta de horizonte de ésta. Á cambio de la última condición, que ahora falta, precisa el conocimiento de la posición ó imagen de un sexto punto. Además, de cada uno de estos seis puntos se dan las tres coordenadas en lugar de las dos únicas que en el problema de Steiner conocíamos, y esto nos permite determinar igualmente la cota del punto de estación buscado, además de su proyección horizontal.

Comparado este problema con el anterior vemos que es mucho más completo; pero á la vez su solución es notable-

(1) Memoria presentada al Congreso científico de Zaragoza (1908).

(1) El Dr. Dolezal propone para el de Steiner el nombre de «problema de los seis puntos ó de los cinco rayos».

mente más laboriosa, por lo que nos abstenemos de dar de ella un extracto.

III.—El «nuevo problema de los seis puntos.»

El primer problema, en cuya solución hemos de ocuparnos en el presente trabajo, es análogo al de los seis puntos resuelto por el Dr. Ed. Dolezal, aunque más general que éste, pues prescindiremos de la condición de verticalidad del plano de la vista fotográfica, sin que por esto sea preciso añadir ninguno nuevo á los datos que en aquel problema hemos citado.

El que vamos á resolver puede enunciarse en Fototopografía del modo siguiente: «dada una fotografía de un terreno y en ella las imágenes de seis puntos cuya posición en el espacio es completamente conocida, determinar la posición del centro de estación». En Geometría equivale á este otro: «determinar el vértice de una radiación que tenga como sección plana un exavértice dado y cada uno de cuyos rayos pase por un punto de posición fija, sabiendo además que aquella sección se ha obtenido proyectando estos mismos puntos desde un centro desconocido».

Sean A, B, C, D, E y F los seis puntos cuya posición conocemos, O el centro de proyección buscado, y a, b, c, d, e y f las trazas con la placa, de las rectas OA, OB, OC, OD, OE y OF , trazas que son también conocidas.

Consideremos el haz formado por los planos que pasan por OA y por cada uno de los puntos B, C, D y E ; la razón proyectiva de este haz de planos es la del haz de rectas $a.b.c.d.e$ sección suya, y podemos sin dificultad medirla en la placa. Conociendo aquella razón doble podemos hallar el lugar geométrico de las rectas que pasan por A y son aristas de haces de cuatro planos que pasan uno por cada uno de los puntos B, C, D y E , y tienen aquella razón doble. Este lugar geométrico es un cono de segundo orden que tiene su vértice en A : para probarlo basta notar que la sección que en uno cualquiera de aquellos haces produce un plano que no pasa por el punto a , es un haz de rectas cuya razón doble es igual á la dada, y el lugar geométrico de los vértices de los haces planos que cumplen esta condición es una curva de segundo orden. El cono buscado, que proyecta esta curva desde el punto A será, por tanto, de este mismo orden, como queríamos probar. Sobre este cono ha de hallarse el punto buscado O , puesto que la recta AO es arista del haz $AO.BCDE$, que tiene la razón doble igual á la de la serie $a.b.c.d.e$.

Repitamos las anteriores consideraciones para el haz $OB.ACDE$: obtendremos un cono de segundo orden de vértice B . Estos dos conos tienen común la recta que une sus vértices, luego su intersección comprenderá, además, una línea de tercero, ya que en total ha de ser de cuarto. Parece á primera vista que esta curva de tercer orden y la común á los conos de vértices A y B , por ejemplo, tendrán comunes un cierto número de puntos que serán soluciones del problema; pero, como vamos ahora á ver, las curvas comunes á cada par de los cinco conos de vértices A, B, C, D y E , se confunden en una sola, que es el lugar geométrico de los vértices de radiaciones proyectivas con la figura constituida por las cinco imágenes a, b, c, d y e .

Para convencernos de ello unamos un punto cualquiera P de la línea de intersección de los conos de vértices A y B con estos mismos vértices: por pertenecer las rectas así obtenidas á las radiaciones que tienen estos vértices, los haces $PA.BCDE$ y $PB.ACDE$ son proyectivos con los haces de

rectas $a.b.c.d.e$ y $b.a.c.d.e$. Luego la radiación $P.ABCDE$ es proyectiva con la figura plana $abcde$ por tener dos haces de planos proyectivos con dos de rectas de ésta, y corresponderse las rectas AB y ab de una y otra. Tomando ahora la recta que une el mismo punto P con otro de los dados, el D , por ejemplo, vemos que el haz que tiene por arista la recta así obtenida y cuyos planos pasan por los otros cuatro puntos A, B, C y E es proyectivo con el haz de rectas $d.abce$. Luego, en definitiva, la línea de tercer orden, intersección de dos de los conos citados, es común igualmente á todos los demás.

Necesitamos otra línea que por su intersección con ésta nos dé el punto buscado; esta línea puede ser la común á uno de los conos anteriormente definidos y otro análogo obtenido del mismo modo que éstos, con sólo sustituir uno de los cinco puntos A, B, C, D ó E por el sexto punto F .

Las dos curvas de tercer orden así obtenidas, tienen comunes los cuatro puntos A, B, C y D ; además, tienen otro punto común. En efecto, sabemos por el hecho de existir la vista fotográfica, que hay un punto P desde el cual se proyectan los seis A, B, C, D, E y F según una radiación perspectiva con la figura plana formada por los puntos a, b, c, d, e y f ; estas dos figuras son, pues, proyectivas. El punto P , por ser vértice de la radiación $P.ABCDE$ proyectiva con la figura plana $abcde$, está sobre una de las curvas de tercer orden que más arriba hemos definido; por ser el mismo P vértice de la radiación $P.ABCDF$, proyectiva con la figura plana $abcdf$, está igualmente sobre la otra de estas curvas; luego es evidentemente un punto común á las dos. Bastará hallar la intersección de estas líneas, que ya sabemos existe, para tener resuelto el problema que nos habíamos propuesto.

Vemos por los párrafos que anteceden, que el «problema de los seis puntos» puede resolverse aun prescindiendo de la condición de verticalidad de la placa que el Dr. Dolezal utiliza en la solución analítica que propone en el folleto: «Das Problem der sechs Strahlen oder der sieben Punkte in der Photogrammetrie, von Eduard Dolezal, o.ö. Professor an der k. k. technischen Hochschule in Wien» (1).

IV.—El «nuevo problema de los cinco puntos (no situados en un plano).»

Aún podemos disminuir el número de condiciones necesarias para que pueda resolverse el problema de la orientación de las vistas fotográficas.

Vamos á reducir á cinco el número de puntos cuya posición necesitamos conocer: el enunciado de este «nuevo problema de los cinco puntos», que no hay que confundir con el de Steiner (en que los puntos que se fijan en el terreno lo están sólo por sus proyecciones horizontales), es el siguiente: «dada una fotografía de un terreno y en ella las imágenes de cinco puntos, cuya posición en el espacio es conocida, determinar la posición del centro de estación». Ó bien, en el lenguaje de la Geometría: «determinar el vértice de una radiación que tenga como sección plana un quinevértice dado y cada uno de cuyos rayos pase por un punto de posición fija, sabiendo, además, que aquella sección se ha obtenido proyectando los mismos puntos desde un centro desconocido».

(1) Sonderabdruck den Sitzungsberichten der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien. Mathem.-naturw. Klasse; Bd. CXV., Abt. II. a. December 1906.

El planteamiento del problema puede hacerse analíticamente del siguiente modo. Sean P_1, P_2, P_3, P_4 y P_5 los cinco puntos dados, cuyas imágenes p_1, p_2, p_3, p_4 y p_5 son conocidas, y P el centro de estación buscado. Hallemos las ecuaciones de las cuatro rectas PP_1, PP_2, PP_3 y PP_4 ; tomemos un plano móvil cuya ecuación

$$Ax + By + Cz + 1 = 0$$

tiene tres parámetros desconocidos; determinemos los cuatro puntos Π_1, Π_2, Π_3 y Π_4 en que éste corta á aquéllos, y establezcamos las cinco condiciones que expresan la igualdad entre el cuadrilátero así obtenido $\Pi_1\Pi_2\Pi_3\Pi_4$ y el dado $p_1p_2p_3p_4$. Tendremos con esto cinco ecuaciones que contienen las seis variables A, B y C , coeficientes de la ecuación del plano, y $(x), (y)$ y (z) , coordenadas del punto buscado P ; podemos eliminar las tres primeras entre las cinco ecuaciones dadas y las dos ecuaciones que resulten serán las de una línea sobre la que se ha de hallar el punto que buscamos. Repitiendo los mismos razonamientos para tres de los puntos empleados y el quinto punto P_5 , podemos determinar una nueva curva que pasará igualmente por el punto que queremos determinar. La condición de existencia de la fotografía nos hace ver que realmente éstas dos curvas tienen, al menos, un punto común y que el problema es, por lo tanto, capaz de resolución.

Los cálculos necesarios para desarrollar la solución anterior son bastante laboriosos, por lo que nos limitaremos á indicar la marcha que en ellos hay que seguir.

Llamemos x_1, y_1, z_1 , las coordenadas (conocidas) de P_1 , y análogamente $x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, x_4, y_4, z_4, x_5, y_5, z_5$, respectivamente, las de los puntos P_2, P_3, P_4 y P_5 ; designemos por $(x), (y), (z)$ las coordenadas buscadas del vértice P de la radiación.

Para simplificar el problema podemos elegir un sistema de ejes coordenados rectangulares, cuyo origen sea el punto P_4 , el eje Oz pase por P_3 y el plano YZ por P_2 ; las coordenadas de aquellos cuatro puntos son ahora

$$P_1(x_1, y_1, z_1) \quad P_2(o, y_2, z_2) \quad P_3(o, o, z_3) \quad P_4(o, o, o).$$

Las ecuaciones de la recta PP_1 , son:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ (x) & (y) & 1 \end{vmatrix} = o \quad y \quad \begin{vmatrix} x & z & 1 \\ x_1 & z_1 & 1 \\ (x) & (z) & 1 \end{vmatrix} = o,$$

y análogamente, las de PP_2 ,

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ o & y_2 & 1 \\ (x) & (y) & 1 \end{vmatrix} = o \quad y \quad \begin{vmatrix} x & z & 1 \\ o & z_2 & 1 \\ (x) & (z) & 1 \end{vmatrix} = o,$$

las de PP_3 ,

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ o & o & 1 \\ (x) & (y) & 1 \end{vmatrix} = o \quad y \quad \begin{vmatrix} x & z & 1 \\ o & z_3 & 1 \\ (x) & (z) & 1 \end{vmatrix} = o,$$

y, finalmente, las de la recta PP_4 , son

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ o & o & 1 \\ (x) & (y) & 1 \end{vmatrix} = o \quad y \quad \begin{vmatrix} x & z & 1 \\ o & o & 1 \\ (x) & (z) & 1 \end{vmatrix} = o.$$

Determinando los puntos $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4$, de intersección de cada una de estas rectas con el plano cuya ecuación queda consignada más arriba, obtendremos sus coordenadas, que designaremos por letras griegas:

$$\Pi_1(\xi_1, \zeta_1, \xi_1), \Pi_2(\xi_2, \zeta_2, \xi_2), \Pi_3(\xi_3, \zeta_3, \xi_3), \Pi_4(\xi_4, \zeta_4, \xi_4).$$

Para expresar la igualdad entre el cuadrilátero dado $p_1p_2p_3p_4$ y el formado por los cuatro puntos $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4$ que acabamos de determinar, estableceremos las cinco ecuaciones

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 = (\xi_1 - \xi_2)^2 + (\zeta_1 - \zeta_2)^2 + (\xi_1 - \xi_2)^2$$

$$(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (z_2 - z_3)^2 = (\xi_2 - \xi_3)^2 + (\zeta_2 - \zeta_3)^2 + (\xi_2 - \xi_3)^2$$

$$(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2 + (z_3 - z_4)^2 = (\xi_3 - \xi_4)^2 + (\zeta_3 - \zeta_4)^2 + (\xi_3 - \xi_4)^2$$

$$(x_4 - x_1)^2 + (y_4 - y_1)^2 + (z_4 - z_1)^2 = (\xi_4 - \xi_1)^2 + (\zeta_4 - \zeta_1)^2 + (\xi_4 - \xi_1)^2$$

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 = (\xi_1 - \xi_2)^2 + (\zeta_1 - \zeta_2)^2 + (\xi_1 - \xi_2)^2$$

que expresan, respectivamente la igualdad de cada par de lados homólogos de los dos cuadriláteros y de las diagonales, también homólogas, p_1p_4 y $\Pi_1\Pi_4$.

Como cada una de las coordenadas de cada uno de los puntos $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4$ es función de las seis cantidades $A, B, C, (x), (y), (z)$, las cinco ecuaciones anteriores contienen estas mismas seis variables. Bastará, como ya hemos dicho, eliminar entre ellas los tres coeficientes A, B y C de la ecuación del plano móvil para tener las dos ecuaciones en $(x), (y), (z)$, de una de las curvas buscadas.

Claro que en éste, como en el anterior problema, la existencia de solución está asegurada solamente por la de la vista fotográfica.

V. — El «problema de los cuatro puntos».

En los diferentes problemas que en los párrafos anteriores hemos resuelto, hemos ido disminuyendo cada vez más el número de condiciones ó datos necesarios para resolver el «problema de la orientación de las vistas»: vamos ya á dar la solución del mismo con el menor número posible de éstas, ó sea, con cuatro puntos del terreno, sus imágenes fotográficas y la condición (frecuentísimamente realizada en la práctica) de verticalidad de la placa fotográfica. No creemos necesario detallar los enunciados de este último caso del problema general, en Fototopografía y Geometría, pues muy fácilmente se deducen de los consignados en los párrafos anteriores.

El problema puede plantearse en este caso, como en todos los demás, por el método analítico indicado en el «nuevo problema de los cinco puntos (no situados en un plano)», que acabamos de resolver, sin otras diferencias que la de tomar cuatro puntos (P_1, P_2, P_3 y P_4), en lugar de los cinco de que allí habíamos menester, y la de incluir en la ecuación del plano secante la condición de verticalidad de éste, que la hace independiente de la coordenada z , correspondiente al eje vertical: es decir, que la ecuación de aquel plano toma la forma

$$Ax + By + 1 = 0$$

Esto nos indica que, en lugar de las seis variables cuyos valores habíamos de hallar en el problema anterior, aquí tendremos solamente cinco, á saber: las tres coordenadas (x) , (y) , (z) del centro de proyección buscado y los dos coeficientes A y B de la ecuación del plano vertical variable. El número de ecuaciones que ligan estas incógnitas es, como antes, de cinco; luego el problema será ya ahora determinado y tendrá solución, aun prescindiendo del conocimiento de la existencia previa de la fotografía que produjo las imágenes de los puntos del terreno. Dicho de otro modo: «que, dada la posición de cuatro puntos cualesquiera, y un cuadrivértice plano también arbitrariamente elegido, puede siempre hallarse un punto que, unido con aquellos cuatro, dé una radiación de cuatro rectas, de la cual sea el cuadrivértice dado, sección por un plano vertical».

VI.—Discusión del problema general,

Vamos á investigar el número de condiciones necesarias y suficientes para que el «problema de la orientación de las vistas» tenga un número determinado de soluciones.

Apliquemos, para ello, el método analítico que nos ha servido para resolver el último de los casos estudiados en esta Nota. La fijación del centro de estación ó vértice de la radiación exige determinar sus tres coordenadas y los tres coeficientes de la ecuación del plano auxiliar ó sea, en total, seis variables. Para obtener los valores de éstas tenemos sólo las ecuaciones que expresan la identidad entre el multivértice que tenemos en la vista fotográfica y el producido por aquel plano auxiliar al cortar la radiación que ha de resultar uniendo el centro buscado con los n puntos del terreno cuyas imágenes fotográficas son los n vértices de este polígono. El número de estas ecuaciones viene expresado, en función del de puntos conocidos, por

$$n + (n - 3)$$

puesto que es preciso, para que el polígono sea indeformable, que lo sean sus n lados, y las diagonales necesarias para triangularlo, y estas diagonales pueden ser las que parten de un mismo vértice, ó sea $(n - 3)$.

Demos á n diferentes valores para observar las condiciones que en cada caso presenta el problema.

Si suponemos conocidos en el terreno y en la fotografía cuatro puntos solamente, el número de ecuaciones que podremos obtener es de cinco (una por cada lado y otra por una de las diagonales): como las incógnitas son seis, el problema es indeterminado.

Si admitimos el conocimiento de un punto más, la identificación de los dos quinevértices determinados del modo ya explicado nos da siete ecuaciones, y como las incógnitas son sólo seis, el problema resulta imposible.

Vemos, pues, que el conocimiento de un cierto número de puntos del terreno y sus respectivas imágenes fotográficas no puede nunca, por sí solo, dar un número de condiciones que resuelva el «problema de la orientación de las vistas»; este resultado puede fácilmente comprobarse en la resolución de los problemas estudiados en los anteriores párrafos.

Los dos problemas «de los seis puntos» (sin y con placa vertical) y el «de los cinco puntos (no situados en un plano)», tienen en su enunciado un exceso mayor ó menor de datos, resultando imposible su solución bajo el punto de vista geométrico; sólo la condición práctica de la existencia de la

vista fotográfica nos hace ver que, efectivamente, hemos de encontrar un punto que cumpla las condiciones impuestas al centro de estación buscado, toda vez que desde él se impresionó la placa sensible.

El problema «de los cuatro puntos», incluyendo la condición de verticalidad de la vista, es el único que tiene solución, sin que entre los datos exista relación previa alguna, como hemos hecho notar en el enunciado geométrico general consignado al final del párrafo que á aquél hemos dedicado. Claro es que esta generalización no es aplicable al problema práctico de la Fototopografía.

JOSÉ MARÍA TORROJA.

Doctor en Ciencias exactas.

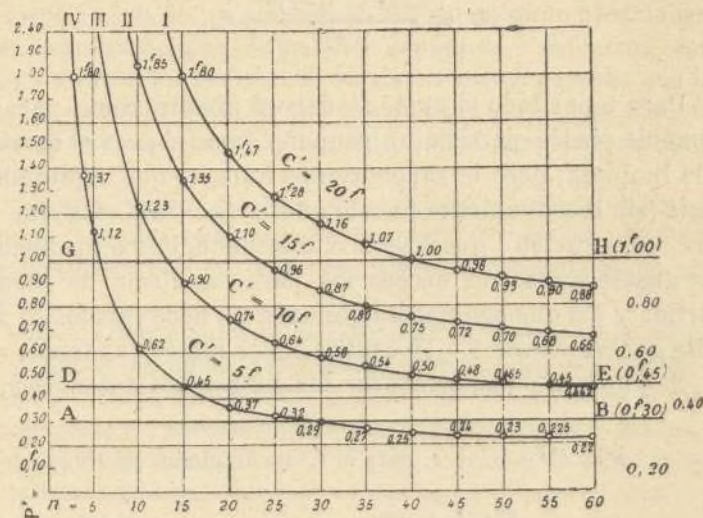
Alumno de quinto año de la Escuela de Caminos.

CARRETERAS

Comparación entre el adoquinado y el firme de piedra partida desde el punto de vista del precio de coste anual.

El problema de la formación de los firmes de las carreteras con adoquines ó con piedra partida está hoy á la orden del día.

Después de haberse proclamado hace algunos años la necesidad de suprimir todos los adoquinados sustituyéndolos por firmes de piedra partida, se vuelve hoy de nuevo á aquel sistema, sosteniéndose que por lo mismo que es más duradero resultará más económico.



Mucho se ha exagerado y muchos errores se han propagado en este asunto, por lo que es conveniente hacer algunas rectificaciones precisando la cuestión. Tal es el asunto que se ha propuesto realizar M. H. Heude, Inspector general de Puentes y Calzadas, en una nota publicada en los *Anales de Puentes y Calzadas*, tomo V, 1908, y que extractamos á continuación:

«Dejando á un lado los gastos necesarios para conservar los paseos, las cunetas, etc., en una palabra, todos los accesorios de las carreteras, vamos á ocuparnos únicamente de la calzada, que es la que, como es sabido, resiste principalmente el paso de los vehículos de toda especie.

Además, en el precio de un metro cúbico de materiales de firme irán incluidos la adquisición de los materiales, la materia de agregación necesaria, el cilindrado, la mano de obra, etc., es decir, que en el precio de un metro cúbico de

firme irá comprendido todo lo necesario hasta suponerle colocado sobre la carretera y comprimido.

Del mismo modo en el precio de un metro cuadrado de adoquinado irán comprendidos todos los acopios necesarios y la mano de obra.

Por último, dejamos á un lado las vías de lujo, tales como las avenidas y las calles de las grandes ciudades, á las cuales nada de lo que se va á decir tiene aplicación.

Esto supuesto, si se llama C el precio de coste de un metro cuadrado de firme de piedra partida, nuevo, de 0,20 centímetros de espesor, por ejemplo, habrá que pagar por año para conservarle indefinidamente:

1.º El interés de este capital de primer establecimiento ó sea Cr , llamando r el interés de un franco.

2.º La renovación anual del desgaste ó la conservación propiamente dicha E .

3.º Algunos gastos accesorios e para el barrido, riego, etcétera.

Según esto, el verdadero precio de coste anual de un metro cuadrado de firme, será:

$$P = Cr + E + e.$$

Para el adoquinado, la cuestión es diferente; se puede suponer que una vez hecho durará n años, y que al fin de estos n años habrá necesidad de reemplazarlo enteramente; por consecuencia, si se llama C' el precio de un metro cuadrado de adoquinado, el gasto anual será igual á la anualidad necesaria para amortizar el capital C' en n años.

La fórmula es conocida; esta anualidad es igual á

$$C' \times \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}.$$

Para tener todo el gasto se deberá añadir, como para el firme de piedra partida, un pequeño gasto e' para el barrido y la limpieza; pero le supondremos nulo, lo que equivale á decir (sin inconveniente puesto que no se trata más que de una comparación) que e será la diferencia entre los pequeños gastos accesorios necesarios para un firme de piedra partida y los que son necesarios para un adoquinado; se admite generalmente 5 ó 10 céntimos por metro cuadrado.

Se pueden, pues, comparar los dos precios anteriores:

$$P = Cr + E + e, \text{ para el firme de piedra partida.}$$

$$P' = \frac{C'r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \text{ para el adoquinado.}$$

Para ello representaremos gráficamente el precio P' que, depende de tres cantidades variables C' , r y n . Se admitirá un 4 por 100 para el tanto de interés, lo cual es una hipótesis; pero si se admite un 3,5 por 100, se llegará á resultados sensiblemente los mismos, puesto que no se trata más que de una comparación.

Haciendo $C' = 20$ francos, $C' = 15$ francos, $C' = 10$ francos, $C' = 5$ francos, y tomando por abscisas los valores de n desde cinco años hasta sesenta, se obtendrán las curvas I, II, III, IV, que darán en la línea de las ordenadas los precios de coste anuales del metro cuadrado de adoquinado.

Si, por ejemplo, se considera $C' = 15$ francos, como es lo más habitual, se ve en la curva II que el precio de coste será de

	Años.
1,35 francos si el adoquinado dura.....	15
1,10 idem id.....	20
0,87 idem id.....	30
0,65 idem id.....	40
0,70 idem id.....	50
0,66 idem id.....	60

Comparemos con el precio del metro cuadrado de firme de piedra partida $P = Cr + E + e$, y consideremos tres casos, según que se trate de un precio medio, de un precio elevado y de un precio muy elevado.

Primer caso. Supongamos que el precio de los materiales del firme para la construcción de una carretera nueva sea de 12,50 francos por metro cúbico, de los cuales, 9 francos correspondan á los materiales mismos, y 3,50 francos al cilindrado, recebo, etc.; estamos, pues, en el caso de un precio medio. Si el espesor de la calzada nueva es de 0,20, el precio de primer establecimiento será de $0,20 \times 12,50$ francos = 2,50 francos.

$$C = 2,50 \text{ francos, y}$$

$$Cr = 2,50 \text{ francos} \times 0,04 = 0,10 \text{ francos.}$$

El término medio en toda Francia para la conservación de las calzadas de toda especie es de 700 francos por kilómetro ó 0,70 francos por metro lineal, suponiendo 5 metros de anchura, lo que da 0,14 francos por metro cuadrado; tomemos este precio: $E = 0,14$ francos.

Para e admitamos 6 céntimos, que es un precio ya elevado puesto que para una calzada de 5 metros da 0,30 francos por metro lineal, y 300 francos por kilómetro.

Tendremos pues:

$$P = 0,10 \text{ francos} + 0,14 \text{ francos} + 0,06 \text{ francos} = 0,30 \text{ francos.}$$

Si trazamos sobre nuestro gráfico la línea horizontal AB que representa el precio de 0,30 francos, veremos, comparando con el adoquinado á 15 francos, que hay una diferencia considerable.

Si se admite una duración de treinta años para el adoquinado, es necesario comparar 0,87 francos con 0,30 francos, que es más del triple; y si se admite una duración de sesenta años, es necesario comparar 0,66 francos con 0,30 francos, que es más del doble.

Supongamos que se quisieran adoquinar todas las carreteras nacionales de Francia gastando en ello 15 francos por metro cuadrado; para valorar el suplemento de gastos no se podría tomar 0,30 francos como término de comparación para el precio del firme de piedra partida, sino únicamente 0,20 francos, puesto que los gastos de primer establecimiento están hechos para este firme y no lo están para el adoquinado nuevo. Por consecuencia, aun suponiendo para el adoquinado una larga duración de sesenta años, habrá que comparar 0,20 francos con 0,66 francos.

Resulta, pues, que en vez de gastar próximamente 25 millones para la conservación de las carreteras nacionales de firme de piedra partida en Francia, habría que gastar

$$\text{anualmente } \frac{(25 \times 66)}{20} = 82 \text{ millones.}$$

Esto sin contar con la dificultad que se tendría para encontrar el capital de primer establecimiento correspondiente.

(Continuará.)

Revista de las principales publicaciones técnicas.

La industria eléctrica en Suiza.

Un estudio de conjunto del estado actual de la industria eléctrica en Suiza ha sido hecho recientemente por M. Tissot, director del Banco Suizo de los Caminos de hierro, en Bale, bajo forma de conferencia en los cursos de expansión comercial en Lausanne.

El desarrollo notable de esta industria se debe á la creación de grandes fábricas hidroeléctricas y á las redes de alta tensión establecidas, cuyo voltaje máximo es de 25.000 voltios, pues estando las fábricas suizas relativamente próximas unas de otras, no ha sido preciso elevar la tensión hasta 50.000 voltios, como se ha hecho en ciertas redes de Francia é Italia.

Una cuarentena de casas suizas construyen material eléctrico; su capital global pasa de 80 millones, y la cifra de sus negocios es de 65 millones, de los cuales más de la mitad corresponden á la exportación. El personal que estas fábricas ocupan es próximamente de 10.000 individuos, y sólo cuatro importantes Sociedades que tienen su asiento social en Baden, Oerikon, Bale y Ginebra, entran en estas cifras por las tres cuartas partes próximamente.

El autor da reseñas sumarias sobre cada una de estas Sociedades, señalando las principales instalaciones que tiene hechas, y expone á continuación el papel de las Sociedades financieras de electricidad que se han creado en el momento de la expansión de esta rama industrial, para sostener las fábricas de construcción y las empresas de distribución. Expone también el servicio prestado por los banqueros durante el período en que los trabajos de construcción absorben el capital empleado hasta el momento en que los beneficios resultan normales, lo que exige siempre algunos años.

De estas cinco Sociedades financieras dos de ellas están estrechamente ligadas á grandes casas alemanas de electricidad.

En 1906 existían próximamente 550 fábricas eléctricas ó subestaciones, no comprendidas las fábricas especiales de las redes de tranvías; 37 por 100 eran hidráulicas, 60 por 100 mixtas (hidráulicas y térmicas). El autor estima aproximadamente en 234 millones los capitales empleados en su construcción, é indica que en la actualidad hay tendencia á crear grandes fábricas hidroeléctricas de 20.000 caballos, por lo menos, con turbinas de vapor como reserva.

Las lámparas de incandescencia con filamento de tungsteno.

En la última sesión de Ingenieros electricistas, de Londres, M. Hirtz ha leído una Memoria sobre los progresos realizados con el empleo del tungsteno como filamento metálico, en las lámparas de incandescencia.

El autor pasa revista, desde su origen, á todas las lámparas de incandescencia con filamento y su régimen de funcionamiento.

Describe la fabricación de los filamentos Oswam, de la Compañía Auer, y los de la lámpara Wolfram, sistema Just y Hanaman. La operación consiste en calentar en una atmósfera de hidrógeno y de compuestos volátiles de tungsteno, filamento ordinario de carbono de 0,02 mm. á 0,06 mm. La reducción de estos compuestos operada por el hidrógeno, da un depósito pulverulento de tungsteno sobre los filamentos de carbón.

Llevados de nuevo estos filamentos á la incandescencia en una atmósfera rarificada de hidrógeno, toman entonces una forma tubular con una superficie de un blanco brillante, y con los mismos caracteres que los fabricados con polvo de tungsteno incorporado con una pasta de goma ó de dextrina.

Esta Memoria se resume en el *Electrical Review* del 6 de Noviembre.

Sopladores rotativos.

En estos últimos años se ha tratado de sustituir á las máquinas soplantes alternativas de las fábricas metalúrgicas, sopladores rotativos centrífugos mucho menos voluminosos, y cuyo empleo para las altas presiones es hoy posible gracias á los motores eléctricos y á las turbinas de vapor de gran velocidad. M. C. Regendogen estudia en el *Stahl und Eisen* del 25 de Noviembre los resultados obtenidos en este camino.

El autor establece al principio una comparación entre los rendimientos de los turbo-ventiladores y los de los compresores alternativos, insistiendo en la necesidad de hacer esta comparación, tomando como base, no el diagrama indicado en el compresor alternativo, sino este diagrama modificador considerando la compresión isotérmica; é indicando también las principales disposiciones en uso para medir los gastos de los ventiladores rotativos y para regular la presión del viento.

Describe á continuación los principales tipos de ventiladores en servicio, que se dividen en dos clases: los ventiladores compuestos de ruedas distintas y de construcción análoga á las bombas-turbinas multicelulares hidráulicas, y los ventiladores derivados de las turbinas de vapor del tipo Parsons, en donde todos los álabes móviles están fijados directamente á un cuerpo cilíndrico único.

Los ventiladores-compresores centrífugos descritos, están movidos, unos por motores eléctricos y otros por turbinas de vapor; el acoplamiento es siempre directo y rígido.

Destrucción lenta de los aislantes por las corrientes alternas.

Inspirándose en los trabajos de Wöhler sobre la pérdida lenta en la resistencia de los metales expuestos á esfuerzos repetidos y de sentidos contrarios, M. Langendorf ha pensado que los cuerpos aislantes sometidos á los esfuerzos variables de las corrientes alternas, deben igualmente sufrir una disminución de resistencia.

Con este motivo, describe en el *Electrical World* del 31 de Octubre los experimentos que ha realizado, en los cuales ha sido auxiliado por M. Toeppen, sobre diversas clases de aislantes.

Dichos experimentos se han dividido en dos series: la primera ha tenido por objeto determinar, á frecuencia constante, la relación entre la duración de la aplicación y el valor de la fuerza electromotriz necesaria para la rotura del aislante; la segunda con el fin de determinar, á voltaje constante, la relación entre la frecuencia de la corriente y el tiempo necesario para realizar la rotura.

Las curvas que resultaron fueron logarítmicas en el primer caso, y muy próximas de la hipérbola equilátera en la segunda hipótesis.

Debe señalarse el hecho, interesante para los constructores de máquinas de corriente alternativa, que una corriente de un voltaje insuficiente para destruir un aislante, puede por lo menos debilitarle suficientemente para que resulte en lo sucesivo de una incapacidad completa para resistir á una tensión menor.

Nuevo motor de esencia con distribuidores cilíndricos, de la Compañía Daimler.

M. C. V. Knight expone en el *Automotor* del 24 de Octubre una disposición de dos distribuidores cilíndricos concéntricos, rodeando al émbolo y embutidos en un saliente del fondo del cilindro, que constituye el mecanismo de distribución de este nuevo motor.

El autor expone las diversas ventajas que posee, según él, este motor sobre los de explosión ordinarios, y justifica el em-

pleo de las disposiciones mecánicas adoptadas, las cuales a primera vista parece que han de ofrecer algunos inconvenientes en la práctica.

El autor afirma que este motor es muy flexible (hasta el punto de dar sin alteración todas las velocidades comprendidas entre 150 y 2.500 vueltas por minuto, hecho que él atribuye a la imposibilidad de producirse fugas en el cilindro y a la regularidad de la compresión), muy económico (consume menos de 0,3 litros de esencia por caballo-hora), más potente que los otros a dimensiones y compresión iguales y, finalmente, más fácil de enfriar y extremadamente regular.

Un motor de 140 milímetros de carrera y 114 milímetros de diámetro interior, ha actuado a plena carga, durante cincuenta días, a razón de nueve horas por día y con velocidades comprendidas entre 800 y 1.650 vueltas, sobre una dinamo funcionando como freno, sin irregularidad en el gasto de la máquina.

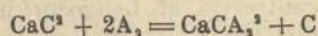
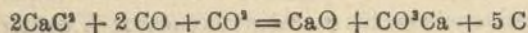
Preparación industrial del hidrógeno por medio del gas de agua.

El gas de agua, que se obtiene muy económicamente haciendo pasar el vapor de agua por una masa incandescente de carbón, tiene el inconveniente de ser muy denso ($d = 0,6$), de encerrar grandes cantidades de gas inerte, el azoe, y grandes cantidades también de óxido de carbono, gas eminentemente tóxico, como ya es sabido.

Numerosos inventores han tratado de separar el hidrógeno, que es el elemento de mayor valor, ó por lo menos de despojar al gas de la mayor parte de su óxido de carbono, aunque éste es combustible.

Los ensayos realizados con este fin han sido objeto de un estudio por M. Isidore Bay, en el *Moniteur Scientifique* de Noviembre. Los procedimientos que examina son los siguientes:

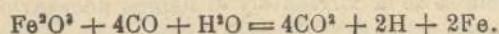
1.º El procedimiento por el carburo de calcio. El gas de agua pasa por el carburo de calcio calentado al rojo; las reacciones son:



Se ve que los gases inertes (gas carbónico y azoe) ó nocivos (óxido de carbono) quedan retenidos y fijados en los compuestos sólidos.

2.º El procedimiento por ósmosis. Se utiliza la velocidad diferente con la cual los gases pasan al través de las membranas ó de los cuerpos porosos; teóricamente, esta velocidad es inversamente proporcional al cuadrado de la densidad.

3.º El procedimiento por el óxido de hierro. Se hace pasar el gas mezclado con vapor de agua, y todo elevado a la temperatura de 400 á 500 grados, por el óxido de hierro Fe^2O^3 que resulta de la torrefacción de las piritas:



Se elimina el gas carbónico formado en esta reacción, utilizando su gran solubilidad en el agua; se opera bajo fuerte presión con agua fría.

El autor termina su estudio comparando el poder calorífico y la densidad del gas antes y después del tratamiento, demostrando la mejora que con él resulta.

El estudio económico de un proyecto de instalación de motores hidráulicos.

El estudio económico de un tal proyecto es generalmente bastante delicado, por causa del número y de la diversidad de factores que hay que tener en cuenta, y entre los cuales es frecuente que haya contrariedad.

M. Camerer pasa revista á los principales y examina sus relaciones recíprocas en la *Zeits. des ver. deutsch. Ingen.* del 28 de Noviembre.

Demuestra al principio que ciertas condiciones locales poco

importantes cuando se trata de la instalación de una estación de fuerza motriz por vapor, tienen, en el caso de una instalación de motores hidráulicos, una gran influencia; examina después de un modo sucesivo la influencia de los factores siguientes: el diámetro y la construcción de la tubería de llegada, los gastos de primer establecimiento y de explotación, el factor de carga y la regularidad del gasto de la corriente de agua que alimenta la fábrica, discutiendo dicha influencia y dando como ejemplo de aplicación práctica el caso de la instalación hidráulica del Isar, en Munich.

Recuerda después las propiedades de las turbinas y de las ruedas Pelton, trabajando en condiciones normales ó excepcionales; enseña cómo se evalúa el gasto medio anual de una corriente de agua según las medidas efectuadas; cómo ciertos ríos pueden ser explotados mejor que otros por razón de las facilidades locales de venta de la electricidad, y por qué la constancia del factor de carga durante el día y durante el año es una de las condiciones más favorables á la prosperidad de una instalación.

Finalmente, indica algunas reglas generales muy útiles y que sirven de guía en los estudios preliminares de un proyecto de estación central hidráulica.

Forma más ventajosa de los pilotes de hormigón.

En el *Oesterr. Wochen* del 19 de Diciembre, M. Kafka estudia la forma más ventajosa que se debe dar á los pilotes de hormigón destinados á sostener fuertes cargas.

Estos pilotes, que deben con preferencia ser fabricados en obra, en agujeros abiertos en la tierra hincando mandriles metálicos, pueden ser cilíndricos, y en este caso deben considerarse como resistiendo la carga sólo por su extremidad que debe descansar sobre un suelo firme; ó bien cónicos, de manera que puedan resistir por la adherencia y rozamiento que se ejerza sobre su superficie por el terreno próximo.

Estos últimos pilotes no tienen necesidad de descender hasta una capa de terreno sólido, y resisten perfectamente en los terrenos ordinarios, cuando se introducen hasta una cierta profundidad, variable con la naturaleza de estas tierras.

El autor calcula las resistencias que opone el rozamiento y la adherencia del suelo al movimiento de penetración de estos últimos pilotes y concluye afirmando que los pilotes cónicos son más ventajosos que los pilotes cilíndricos.

Motores de gas para automóviles.

La carestía de los carburantes empleados en el automovilismo, ha inducido á realizar ensayos con motores de gas pobre, al principio para las canoas y después para la propulsión de los coches.

La *Vie Automobile*, del 31 de Octubre, indica los ensayos hechos en este sentido, y en primer término los llevados á cabo por el «Automobile Gas Producer Syndicate of Glasgow», el cual ha puesto en circulación sobre las carreteras de Escocia un coche de carreras cuyo motor puede funcionar, ya con esencia, ya con gas pobre, á 8 kilogramos próximamente por centímetro cuadrado.

Alimentado con esencia, este motor desarrolla al freno 40 caballos y 30 únicamente con el gas pobre; la inflamación puede hacerse con magneto ó con acumuladores. Se ha conseguido dar al gasógeno dimensiones pequeñas, pero se han encontrado grandes dificultades para regular la entrada de aire y de vapor para conseguir que la cantidad de gas producido sea la que exigen las necesidades del motor.

En vacío, este vehículo pesa 4.300 kilogramos y 6.100 en marcha con quince viajeros y un depósito de antracita para un día.

Tomando como base los precios de Inglaterra, el gasto cuando se emplea la esencia es de 0,05 francos por tonelada kilométrica, y desciende á 0,008 francos con antracita y gas pobre.