EXERCICIO
DE MATEMATICAS
QUE HAN DE TENER
EN LOS ESTUDIOS REALES
DE ESTA CORTE

DON FRANCISCO CIFUENTES,

DON ANDRES DEL RIO,

Y

DON MELCHOR REBOLES.

DIA 18 DE JULIO A LAS 10 DE LA MAÑANA.

PRESIDIENDOLES

D. VICENTE DURÁN Y SACRISTÁN, *Catedrático de Matemáticas en los mismos Reales Estudios.*

MADRID MDCCLXXX.

Por D. JOACHIN IBARRA, Impresor de Cámara de S. M.

Con las Licencias necesarias.

DE LA ARITHMÉTICA, Y ÁLGEBRA.

Parte Teórica.

I.

Siendo a, b, c, &c. qualesquiera números enteros, manifestar que $a \times b = b \times a$, $a \times b \times c = c \times b \times a = \&c.$

II.

Suponiendo que ab sea un facto, y a, b sus factores, manifestar que $ab : a = b$, y $ab : b = a$.

III.

Representando $\frac{a}{b}$ un quebrado será $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a : c}{b : c}$.

IV.

Manifestar que $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} + \frac{d}{b} + \&c. = \frac{a + c + d + \&c.}{b}$; y que $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$.

V.

Demostrar qualquiera de los teoremas siguientes pertenecientes á las operaciones de los quebrados, 1.º que $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}$; 2.º que $\frac{a}{b} \times c = \frac{ac}{b}$; 3.º que $\frac{a}{b} \times b = a$; 4.º que $\frac{a}{b} : c = \frac{a}{bc}$; y que $\cfrac{\cfrac{\cfrac{a}{b}}{c}}{\&c.} = \frac{a}{bc\,\&c.}$;

5.º que $a : \frac{c}{b} = \frac{ab}{c}$; 6.º que $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$; 7.º que $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$.

VI.

Manifestar qualquiera de las siguientes fórmulas acerca de las potencias y raices; esto es, 1.º que $a^m \times a^n = a^{m+n}$; 2º que $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a^0 = 1$, y que $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; 3.º que $(a^m)^n = a^{mn}$; 4.º que $(\pm a^m)^{2n} = a^{2mn}$; 5.º que $(\pm a^m)^{2n+1} = \pm a^{2mn+m}$; y 6.º que $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

VII.

Deducir que $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} \times \sqrt[u]{\frac{c}{d}} = \sqrt[nu]{\frac{a^u c^n}{b^u a^n}}$, y que $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} : \sqrt[u]{\frac{c}{d}} = \sqrt[nu]{\frac{a^u d^n}{b^u c^n}}$

VIII.

Explicar qué es razon geométrica, sus especies, y propriedades.

IX.

Explicar qué es proporcion geométrica, y las especies en que se divide.

X.

En qualquiera proporcion geométrica como $a : b = c : d$, es tambien $ad = bc$, y si es $ad = bc$, será tambien $a : b = c : d$.

XI.

Si $a : b = c : d$, será invirtiendo $b : a = d : c$; alternando $a : c = b : d$; componiendo $a + b : a = c + d : c$; y dividiendo $a - b : a = c - d : c$.

XII.

Si fuere $a : b = c : d = e : f = g : h = \&c.$ será la suma de todos los antecedentes á la suma de todos los consecuentes, como el antecedente de cada razon á su consecuente, ó $a + c + e + g \ \&c : b + d + f + h + \&c. = a : b = \&c.$

XIII.

Si fuere $a : b = c : d$; y $b : e = d : f$, será por igual ordenada; $a : e = c : f$.

XIV.

Si fuere $a : b = c : d$, y $b : e = f : c$, será por igualdad perturbada $a : e = f : d$.

XV.

Si hay dos proporciones como $a : b = c : d$, y $e : f = g : h$, será multiplicando los términos de la una por los de la otra, $ae : bf = cg : dh$.

XVI.

Si es $a : b = c : d$, será tambien $a^m : b^m = c^m : d^m$, y tambien $\sqrt[m]{a} : \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{c} : \sqrt[m]{d}$.

XVII.

Explicar qué es razon arithmética, sus especies, y propriedades.

XVIII.

Explicar qué es proporcion arithmética, y las especies en que se divide.

XIX.

En qualquiera proporcion arithmética como $a . b : c . e$, es $a + e = b + c$.

XX.

Explicar qué es progresion arithmética, y geométrica.

XXI.

Manifestar que en qualquiera progresion arithmética, la suma de los términos extremos, es igual á la de qualesquiera dos términos que disten igualmente de ellos.

XXII.

En qualquiera progresion geométrica el producto de los extremos es igual al de qualesquiera dos medios equidistantes de ellos.

XXIII.

Explicar la naturaleza de los logarithmos.

XXIV.

Siendo ab un facto será $l. ab = l. a + l. b.$

XXV.

Siendo $\frac{a}{b}$ el quociente de una particion, será $l. \frac{a}{b} = l. a. - l. b.$

XXVI.

Representando a^m, qualquiera potencia, será $l.\ a^m = m.\ l.\ a$; y siendo $\sqrt[m]{a}$ qualquiera raiz será $l.\ \sqrt[m]{a} = \frac{l.\ a.}{m}$.

XXVII.

Explicar el método de resolver las equaciones del primer grado.

XXVIII.

Explicar la resolucion de las equaciones del segundo grado.

De la parte práctica.

I.

Sumar, restar, multiplicar, ó partir números enteros.

II.

Sumar, restar, multiplicar, ó partir números quebrados.

III.

Sumar, restar, multiplicar, ó partir fracciones decimales.

IV.

Convertir qualquier quebrado en otro de un denominador dado.

V.

Explicar la extraccion de la raiz quadrada de qualquier número entero, quebrado, ó fraccion decimal.

VI.

Extraher la raiz cúbica de qualquier número entero, quebrado, ú fraccion decimal.

VII.

Dados tres números, encontrar un quarto proporcional geométrico.

VIII.

Dadas tres de estas quatro cosas, el primer término, el último, el número de los términos, y la suma de todos ellos en una progresion arithmética, hallar la quarta.

IX.

Dadas tres de estas quatro cosas, el primer término, el último, la razon, y el número de los términos de una progresion geométrica, hallar la quarta.

X.

Dados el primer término, la razon, y número de términos de una progresion geométrica, hallar la suma de todos ellos.

XI.

Supuesto que la cantidad a de un género de cierta calidad es del precio m, y otra b del mismo género, pero de diferente calidad, del precio n; determinar el precio á que se hayan de vender las dos mezcladas para no perder, ni ganar.

XII.

Dados los precios de dos géneros *a*, y *b*, hallar en qué proporcion se han de mezclar, para venderlos á un precio medio *m*.

XIII.

Dado un capital, el tiempo que esté puesto á interés, y el tanto por ciento que haya de producir anualmente, hallar la suma que componen el capital, y los intereses al fin de dicho tiempo.

XIV.

Supuesto que se haya de pagar anualmente una cantidad, y que el que la habia de percibir, se aguarde algunos años á cobrarla, con la condicion de que se le pague entonces, ademas de la suma de las cantidades anuales, un tanto por ciento anual por las atrasadas, hallar la suma de uno, y otro al fin de qualquier tiempo.

XV.

Dado un capital, el tiempo que esté puesto á ganancia, y el interés anual, hallar á quanto asciende al fin de dicho tiempo la suma del capital, los intereses, y los intereses de los intereses vencidos.

XVI.

Hallar lo que importaría al fin de qualesquiera años un fondo compuesto de una renta anual, y del beneficio que debian producir las pagas, é intereses vencidos.

DE LA GEOMETRÍA, Y TRIGONOMETRÍA.

De la parte Teórica.

I.

La linea recta es la mas corta de todas las que se pueden tirar de un punto á otro.

II.

Si una linea tansversal corta á dos paralelas, hará los ángulos alternos iguales; los ángulos externos iguales á los internos opuestos; y dos internos opuestos tomados juntamente iguales á dos rectos.

III.

En qualquier triángulo los tres ángulos tomados juntamente son iguales á dos rectos.

IV.

Si en qualquier triángulo se prolonga un lado, el ángulo externo será igual á la suma de los dos internos opuestos.

V.

Si los tres lados de un triángulo fueren iguales á los tres de otro, serán tambien los tres ángulos del uno iguales á los tres del otro.

VI.

Si dos lados de un triángulo fueren iguales á dos de otro, y tambien fueren los ángulos comprehendidos entre ellos iguales; serán los demas ángulos, y tercer lado del uno iguales á los demas ángulos, y tercero lado del otro.

VII.

Si un lado, y los dos ángulos adyacentes de un triángulo fueren iguales á un lado, y dos ángulos adyacentes del otro; serán tambien los otros dos lados del primero, y el ángulo comprehendido entre ellos iguales á los otros dos lados, y ángulo comprehendido entre ellos del segundo.

VIII.

Si en un triángulo se tira una recta paralela á la base, serán los segmentos de los lados proporcionales á ellos; y el triángulo menor, que queda formado por la misma recta, semejante al otro mayor que se tenia.

IX.

Si en un triángulo se baxa una recta, que divida el ángulo del vértice en dos partes iguales, cortará á la base en segmentos proporcionales á los lados adyacentes.

X.

En qualquier triángulo escaleno la base es á la suma de los lados adyacentes, como la diferencia de ellos á la diferencia de los segmentos hechos en la base por la perpendicular baxada del vértice.

XI.

En qualquier triángulo escaleno la suma de dos lados es á su diferencia, como la tangente de la semisuma de los ángulos opuestos á los mismos lados á la tangente de la semidiferencia de ellos.

XII.

En qualquier triángulo los lados son como los senos de los ángulos opuestos.

XIII.

Si en el triángulo rectángulo se toma un cateto por seno total, el otro será tangente de su ángulo opuesto.

XIV.

En el triángulo rectángulo el quadrado de la hipotenusa es igual á los quadrados de los catetos tomados juntamente.

XV.

En el triángulo obtusángulo el quadrado del lado opuesto al ángulo obtuso, es igual á los quadrados del otro lado, y de la base, y al duplo del rectángulo contenido por la base, y prolongacion de esta hasta la perpendicular baxada del vértice.

XVI.

En el triángulo acutángulo el quadrado de qualquier lado opuesto á uno de los ángulos de la base, es igual á los quadrados del otro lado, y de la base, menos el duplo del rectángulo contenido por la base, y por la distancia del mismo ángulo á la perpendicular baxada del vértice.

XVII.

En un mismo, ó iguales círculos las cuerdas iguales sostienen arcos iguales, y al contrario.

XVIII.

El ángulo en el centro del círculo, es doblado del ángulo en la periferia, que insista sobre el mismo arco.

XIX.

La medida del ángulo del segmento, es la mitad del arco, que está dentro de él sostenido por la cuerda, que le forma con la tangente.

XX.

Si una recta corta á otra cuerda en partes iguales, y es perpendicular á ella, pasa por el centro del círculo, y divide á los arcos que sostiene la cuerda en partes iguales.

XXI.

Si dos cuerdas de un mismo círculo se cortan mutuamente, serán los segmentos de la una recíprocamente proporcionales á los segmentos de la otra.

XXII.

Si desde un punto tomado dentro del círculo, se tiran rectas á la periferia, será la mayor de todas la que pase por el centro: las demas serán tanto mayores, quanto mas cerca estén de la mayor; y al contrario la menor de todas será la que prolongada pase por el centro, y las demás serán tanto mayores quanto mas se aparten de la menor.

XXIII.

Si de un mismo punto tomado fuera del círculo se tiran diferentes secantes á este, será la mayor la que pase por el centro: las demas serán tanto menores, quanto mas se aparten del centro; y al contrario las porciones de ellas, que estén fuera del círculo, serán tanto mayores quanto mas disten de la del centro, y la menor de todas será la de la secante que pase por el centro.

XXIV.

Si de un mismo punto se tiran dos secantes al círculo, será la primera á la segunda, como la porcion que tenga esta fuera del círculo, á la porcion que tenga la otra.

XXV.

Si de un punto tomado fuera del círculo se tiran dos rectas, de las quales la una toque al círculo, y la otra le corte; será la tangente media proporcional entre toda la secante, y la porcion que tenga esta fuera del círculo.

XXVI.

El círculo es igual á un triángulo, cuya base es igual á la periferia, y la altura al radio.

XXVII.

Los círculos son entre sí, como los quadrados de los diámetros, ó de los radios.

XXVIII.

Qualquiera figura regular se resuelve desde el centro del círculo circunscripto en triángulos iguales, y semejantes; y su area es igual á un triángulo que tenga la base igual á la periferia de todo el polígono, y la altura al perpendículo tirado del centro del mismo á uno de sus lados.

XXIX.

Los paralelógramos que están entre unas mismas paralelas, y tienen una misma base son iguales.

XXX.

Las figuras regulares, é irregulares semejantes están en razon duplicada de los lados homólogos.

XXXI.

El cubo tetraedro, octaedro, dodecaedro, é icosaedro, son cuerpos regulares, y no puede haber otro á mas de estos cinco.

XXXII.

Los paralelepípedos, prismas, y cilindros, que tienen iguales bases, y alturas, son iguales.

XXXIII.

Las pirámides, y conos, que están sobre la misma base, y tienen la misma altura, son iguales.

XXXIV.

Los paralelepípedos, prismas, cilindros, conos, y pirámides iguales, tienen la base, y altura de uno recíprocamente proporcionales á la base, y altura del otro.

XXXV.

Todos los prismas, paralelepípedos, cilindros, pirámides, y conos, están entre sí en razon compuesta de las bases, y alturas.

XXXVI.

Todos los cuerpos semejantes, sean prismas, paralelepípedos, cilindros, pirámides, ó conos, están en razon triplicada de los lados homólogos, y tambien de las alturas.

XXXVII.

La superficie de la esfera es quádrupla de la del círculo descripto con su radio.

XXXVIII.

La esfera es igual á una pirámide, cuya base es igual á la superficie de la esfera, y la altura á su radio.

XXXIX.

Las esferas son como los cubos de sus diámetros.

XL.

La esfera es al cilindro circunscripto como 2 á 3.

De la parte práctica.

I.

Tirar por un punto dado fuera de una recta una paralela á ella.

II.

Levantar una perpendicular de un punto dado en una recta, ó en un plano, ó al extremo de la recta.

III.

Baxar una perpendicular á una recta de un punto dado fuera de ella.

IV.

Dividir una recta dada en dos partes iguales, levantando en medio de ella una perpendicular.

V.

Encontrar una media proporcional entre dos lineas dadas.

VI.

Dadas tres lineas encontrar una quarta proporcional, ó dadas dos una tercera.

VII.

Medir la distancia de dos lugares inaccesibles.

VIII.

Medir una altura accesible, ó inaccesible.

IX.

Dividir un ángulo dado en dos partes iguales.

X.

Describir, ó resolver trigonométricamente un triángulo en qualquiera de estos casos: 1.º dados tres lados de los quales dos juntos sean mayores que el tercero: 2.º dados dos lados, y el ángulo comprehendido entre ellos: 3.º dados dos lados, y un ángulo opuesto á uno de ellos; previniendo si el opuesto al otro lado ha de ser agudo, ú obtuso quando el dado fuere agudo: 4.º dado un lado, y los dos ángulos adyacentes, que tomados juntamente sean menores que dos rectos.

XI.

Formar sobre una recta dada un triángulo equilátero, ó un isósceles, si ademas se dá otra recta mayor que la mitad de la primera.

XII.

Dividir un triángulo en qualesquiera partes iguales.

XIII.

Hallar la area de qualquier triángulo.

XIV.

Describir un círculo que pase por tres puntos dados.

XV.

Dividir un arco en dos partes iguales.

XVI.

Dado el diámetro de un círculo encontrar la periferia, y su area; y dada la periferia el diámetro.

XVII.

Dada una recta describir un quadrado, ó dadas dos un rectángulo oblongo.

XVIII.

Dada una recta, y un ángulo obliquo, formar un rombo, ó dados dos, y el ángulo obliquo, que hayan de formar, describir un romboide.

XIX.

Hallar la area del quadrado rectángulo, rombo ó romboide.

XX.

Dados todos los lados de qualquiera figura rectilinea, y tantos ángulos quantos lados tenga menos tres, describir la figura.

XXI.

Dados todos los lados de qualquiera figura, y tantas diagonales quantos lados tenga menos tres, construir la figura.

XXII.

Dada una recta formar sobre ella qualquier polígono regular.

XXIII.

Encontrar el ángulo de qualquier polígono regular.

XXIV.

Circunscribir un círculo á qualquiera polígono regular.

XXV.

Inscribir qualquier polígono regular en un círculo dado.

XXVI.

Encontrar la area del trapecio, ó de qualquier polígono regular, ó irregular.

XXVII.

Describir la ignografia de qualquier campo desde dos sitios de su circunferencia.

XXVIII.

Medir la superficie y solidez de los cinco cuerpos regulares.

XXIX.

Determinar la superficie y solidez del paralelepípedo.

XXX.

Determinar la superficie y solidez del prisma.

XXXI.

Hallar la superficie y solidez del cilindro.

XXXII.

Medir la superficie y solidez de la pirámide y cono.

XXXIII.

Dado el diámetro de la esfera hallar la superficie y solidez de ella.