EXERCICIO
DE MATEMÁTICAS,
QUE HA DE TENER
EN LOS ESTUDIOS REALES
DE ESTA CORTE

D. MANUEL DE AGUILERA Y GALARZA,
CONDE DE FUEN-RUBIA,

ASISTIDO DE SU CATEDRÁTICO

D. ANTONIO ROSELL.

DIA 13 DE JULIO DEL PRESENTE AÑO 1785,
Á LAS 9 DE LA MAÑANA.

MADRID
EN LA IMPRENTA REAL
CON LAS LICENCIAS NECESARIAS.

PROPOSICIONES

DE LA ARITMÉTICA Y DEL ÁLGEBRA.

PARTE TEÓRICA.

I.

Qualquier número entero es primero ó compuesto.

II.

Qualquier número compuesto se puede resolver en el facto de muchos que sean primeros.

III.

Todos los números enteros que se multipliquen entre sí serán medidas del producto.

IV.

Las medidas de qualquier número representan todas las cantidades con que se puede medir exâctamente la que represente el mismo número, y todas las unidades á que puede referirse la misma para que la relacion se exprese por un número entero.

V.

Si el numerador de un quebrado es cero el quebrado equivale á cero; si es menor que el denominador el quebrado es propio; si igual, equivale á la unidad; y generalmente, quando el numerador es igual ó mayor que el denominador el quebrado es impropio.

VI.

Todos los quebrados expresados por mas de dos enteros se pueden reducir á la forma de los de dos enteros.

VII.

Si numerador y denominador de un quebrado se multiplican ó dividen por una misma cantidad racional ó irracional, el quebrado no mudará de valor, ó representará la misma relacion.

VIII.

De dos quebrados de cantidades de la misma especie que tengan el mismo numerador, es mayor el que tenga menor denominador.

IX.

De dos quebrados de cantidades de la misma especie que tengan el mismo denominador, es mayor el que tenga mayor numerador.

X.

Explicar qué es límite de una cantidad, ó de una relacion de cantidades; deduciendo 1.° que o lo es de las que decrecen sin fin, y $\frac{1}{0}$ de las que crecen sin fin; 2.° que representando $\frac{1}{0}$ por ∞, es $0 = \frac{1}{\infty}$; 3.° que representando a y c qualesquiera cantidades, y m qualquier entero positivo, es $a\infty^{m} \pm c\infty^{m+1} = a\infty^{m}$;

y 4.° que baxo las mismas suposiciones es $\frac{a}{\infty^m} \pm \frac{c}{\infty^{m+1}} = \frac{a}{\infty^m}$.

XI.

Manifestar, que si a es límite de la cantidad variable x, y A de otra variable X, y estas cantidades varían guardando la misma relacion; la razon de los límites $\frac{a}{A}$ será igual á la de las cantidades $\frac{x}{X}$.

XII.

Deducir de la proposicion antecedente un método para hallar en algunos casos los valores de las expresiones que se reducen á $\frac{0}{0}$; haciendo ver que $\frac{0}{0}$ puede equivaler á una cantidad ó á los límites o ó $\frac{1}{0}$, y que el valor de las expresiones que se reducen á $\frac{\infty}{\infty}$ se ha de buscar como si se reduxeran á $\frac{0}{0}$.

XIII.

Explicar qué es progresion aritmética y geométrica, deduciendo sus principales propiedades.

XIV.

Explicar la naturaleza de los logaritmos; deduciendo 1.° que el logaritmo de qualquier facto es igual á la suma de los logaritmos de sus factores; 2.° que el logaritmo de qualquier quociente es igual á la diferencia de los logaritmos del dividendo y divisor; 3.° que qualquier logaritmo negativo lo es de una fraccion propia que tiene por numerador la unidad, y por denominador el número á quien corresponda el mismo logaritmo tomado positivamente;

4.° que el logaritmo de qualquiera potencia equivale al de la cantidad que se suponga elevada multiplicado por su exponente; y 5.° que el logaritmo de la raiz de qualquiera potencia perfecta ó imperfecta equivale al de la misma potencia dividido por el exponente de la raiz que se quiera extraher.

XV.

Representando *A* y *B* qualesquiera cantidades, las sumas indicadas $A+(+B)$, y $A+(-B)$ se reducen á las expresiones $A+B$, y $A-B$; y las restas indicadas $A-(+B)$, y $A-(-B)$ á $A-B$, y $A+B$.

XVI.

La adicion de una cantidad negativa equivale á la subtraccion de una positiva, y la subtraccion de una cantidad negativa á la adicion de una positiva.

XVII.

Representando *B* qualquiera cantidad, es $+B \times +1 = +B$, $-B \times +1 = -B$, $+B \times -1 = -B$, y $-B \times -1 = +B$.

XVIII.

Multiplicando ó dividiendo qualesquiera monomios que tengan los mismos signos á los productos y quocientes debe preceder el signo +, y si tienen signos opuestos el signo —.

XIX.

Dos ó mas cantidades racionales ó irracionales multiplicadas entre sí por qualquier orden, esto es, el multiplicando por el multiplicador ó el multiplicador por el multiplicando dan el mismo producto.

XX.

Quando en un producto indicado sea alguno de os factores cero, el producto equivaldrá á cero.

XXI.

Si el facto de dos qualesquiera cantidades racionales ó irracionales se divide por uno de los factores, el quociente será igual al otro factor.

XXII.

Qualquiera cantidad racional ó irracional equivale á sí misma dividida por la unidad.

XXIII.

El producto de una potencia por otra de la misma cantidad, teniendo las dos exponentes enteros ó quebrados, ó la una entero y la otra quebrado, equivale á la misma cantidad elevada á la potencia que represente la suma de los exponentes de los factores; y si se divide una de dichas potencias por otra, el quociente equivale á la misma cantidad con el exponente que resulte restando el que tenga la que se tome por divisor del que corresponda á la que sirva de dividendo.

XXIV.

La potencia que se quiera de exponente entero ó quebrado, de otra potencia de una cantidad con exponente entero ó quebrado, equivale á la misma cantidad con el exponente que resulte multiplicando su exponente por el del grado á que se quiera elevar.

XXV.

Si el exponente de algun factor resulta cero, la expresion donde se halle valdrá lo mismo que si no estuviera tal factor.

XXVI.

Si el exponente de algun factor resulta entero y negativo indicará las veces que dicho factor divide á su coeficiente tacito ú expreso.

XXVII.

La cantidad que tenga un exponente fraccional negativo equivale á su coeficiente dividido por la misma cantidad con el propio exponente positivo.

XXVIII.

El exponente quebrado negativo representa un número de factores irracionales que divide al coeficiente tacito ú expreso de la expresion donde se halle.

XXIX.

Los exponentes negativos pueden servir para poner como factor del numerador de un quebrado qualquier factor del denominador, y para poner qualquier quebrado en forma de entero.

XXX.

Qualquiera potencia de grado par de qualquiera cantidad positiva ó negativa será siempre positiva.

XXXI.

Qualquiera potencia de grado impar debe tener el mismo signo que la raiz.

XXXII.

La raiz par de qualquiera cantidad positiva puede ser positiva ó negativa.

XXXIII.

La raiz de qualquiera potencia impar debe tener el mismo signo que la cantidad de quien se extrahe.

XXXIV.

No puede haber raices pares de las cantidades negativas, y asi tales raices serán imaginarias, y las demas reales.

XXXV.

Qualquiera cantidad racional equivale al producto del número de factores irracionales que se quiera; y qualquiera potencia que tenga exponente fraccional representa el producto de tantos factores irracionales como unidades tenga el numerador de su exponente.

XXXVI.

Representando *a* qualquiera cantidad y *m* qualquier número par ó impar, será $(a\sqrt{-1})^{2m} = \pm a^{2m}$; esto es, $(a\sqrt{-1})^{2m} = +a^{2m}$ quando *m* sea número par, y $(a\sqrt{-1})^{2m} = -a^{2m}$ quando *m* sea impar; y asimismo será $(a\sqrt{-1})^{2m+1} = \pm a^{2m+1}\sqrt{-1}$.

XXXVII.

Tambien es $\sqrt{-a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a}\times\sqrt{-b}=\sqrt{-ab}$, ó $(-a)^{\frac{1}{2}}\times b^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}}\times(-b)^{\frac{1}{2}}=(-ab)^{\frac{1}{2}}$, y $\sqrt{-a}\times\sqrt{-b}=-\sqrt{ab}$.

XXXVIII.

Qualquiera raiz real de segundo grado equivale al facto de dos imaginarias del mismo grado.

XXXIX.

Deducir las formulas siguientes, $\sqrt{a}:\sqrt{-b}=-\sqrt{-\frac{a}{b}}$, $\sqrt{-a}:\sqrt{b}=\sqrt{-\frac{a}{b}}$, y $\sqrt{-a}:\sqrt{-b}=\sqrt{\frac{a}{b}}$.

XL.

Explicar el método de resolver las equaciones del primer grado que consten de una, dos, ó mas incógnitas, dadas tantas equaciones como incógnitas.

XLI.

Explicar el método de resolver las equaciones de qualquier grado que consten solamente de una incógnita elevada á la misma potestad en todos los términos donde se halle.

XLII.

Hallar una fórmula para resolver las equaciones afectas del segundo grado, manifestando que la incógnita puede tener dos valores, y que estos pueden ser reales ó imaginarios.

PARTE PRÁCTICA.

I.

Sumar, restar, multiplicar, ó partir números enteros, quebrados, mixtos, fracciones decimales, números complexos, ó qualesquiera cantidades algebraycas.

II.

Convertir qualquier número entero en quebrado de un denominador dado, ó un quebrado en otro de diferente denominacion.

III.

Hallar todas las medidas ó divisores exâctos y diferentes de un número compuesto.

IV.

Hallar el mayor comun divisor de qualesquiera dos números enteros, ó de qualesquiera dos cantidades expresadas en forma de entero.

V.

Reducir qualquier quebrado expresado por dos números compuestos entre sí, ó por dos cantidades compuestas á la mas simple expresion.

VI.

Elevar qualquier número entero, quebrado, ó fraccion decimal á la potencia que se quiera, y extraher la raiz quadrada ó cúbica de qualquier número entero, quebrado, mixto, ó fraccion decimal.

VII.

Dados tres términos, hallar un quarto geométrico proporcional, ó dados dos un tercero, ó un medio.

VIII.

Hallar dos ó mas medios geometricamente proporcionales entre dos términos dados.

IX.

Dividir un número dado en partes que tengan entre sí la misma relacion que qualesquiera números dados.

X.

Dados el primero y último término de una progresion aritmética, y el número de los términos, hallar la suma de todos ellos.

XI.

Dados el primero y último término de una progresion geométrica, y el exponente de la razon, hallar la suma de todos los términos.

XII.

Dada la suma de tres números en progresion geométrica, y la de sus quadrados, hallar los tres números.

XIII.

Hallar el número de combinaciones que pueden resultar de qualesquiera cantidades, tomadas de una en una, de dos en dos, de tres en tres, &c. atendiendo á que las combinaciones sean diferentes ó ya por el orden con que se combinen las cantidades, ó por combinarse distintas de ellas, ó por uno y otro.

XIV.

Hallar los números enteros que divididos por 5 y por 7 dén las restas 4 y 2.

XV.

Hallar un número que restado siete veces del agregado de su quadrado y de 60, dé por resta 50.

XVI.

Dados los precios de dos generos, hallar en qué proporcion se han de mezclar para venderlos á un precio medio señalado.

PROPOSICIONES

DE LA GEOMETRÍA ELEMENTAR,

Y DE LA TRIGONOMETRÍA RECTILÍNEA.

PARTE TEÓRICA.

I.

La linea recta es la mas corta de todas las que se pueden tirar de un punto á otro.

II.

Las partes de paralelas comprehendidas entre paralelas son iguales.

III.

Si una linea transversal corta á dos paralelas, hará los ángulos alternos iguales, los ángulos externos iguales á los internos opuestos, y dos internos opuestos tomados juntamente iguales á dos rectos.

IV.

En qualquier triángulo los tres ángulos tomados juntamente son iguales á dos rectos.

V.

Si en qualquier triángulo se prolonga un lado, el ángulo externo será igual á la suma de los dos internos opuestos.

VI.

Si los tres lados de un triángulo fueren iguales á los tres de otro, serán tambien los tres ángulos del uno iguales á los tres del otro.

VII.

Si dos lados de un triángulo fueren iguales á dos de otro, y tambien fueren iguales los ángulos comprehendidos entre ellos, serán los demas ángulos y tercer lado del uno iguales á los demas ángulos y tercer lado del otro.

VIII.

Si un lado y los dos ángulos adyacentes de un triángulo fueren iguales á un lado y á los dos ángulos adyacentes de otro, serán tambien los otros dos lados del primero y el ángulo comprehendido entre ellos iguales á los correspondientes del segundo.

IX.

Si en un triángulo se tira una recta paralela á la base, serán los segmentos de los lados proporcionales á ellos, y el triángulo menor que queda formado por la misma recta, semejante al mayor que se tenia.

X.

Si en un triángulo se baxa una recta, que divida el ángulo del vertice en dos partes iguales, cortará á la base en segmentos proporcionales á los lados adyacentes.

XI.

En qualquier triángulo escaleno el lado mayor es á la suma de los otros dos como la diferencia de estos es á la diferencia de los segmentos que resultan dividiendo el lado mayor por una perpendicular baxada del vertice del ángulo opuesto.

XII.

En qualquier triángulo escaleno la suma de dos lados es á su diferencia, como la tangente de la semisuma de los ángulos opuestos á los mismos lados á la tangente de la semidiferencia de ellos.

XIII.

En qualquier triángulo los lados son como los senos de los ángulos opuestos.

XIV.

Si en qualquier triángulo rectángulo se toma uno de los lados que comprehenden el ángulo recto por rádio será el otro la tangente del ángulo opuesto.

XV.

Si en qualquier triángulo rectángulo se baxa una perpendicular desde el vertice del ángulo recto á la hypotenusa, dividirá el triángulo en otros dos semejantes entre sí y con el todo, será ella media proporcional entre los segmentos de la base, y cada lado de los que comprehenden el ángulo recto medio proporcional entre la misma base y el segmento correspondiente.

XVI.

En qualquier triángulo rectángulo el quadrado de la hypotenusa es igual á la suma de los quadrados de los lados que comprehenden el ángulo recto.

XVII.

El quadrado formado sobre la hypotenusa de un triángulo rectángulo tiene con los quadrados formados sobre los otros lados la misma razon que la hypotenusa con los segmentos hechos en ella por la perpendicular baxada del vertice del ángulo recto.

XVIII.

La medida del ángulo que tiene su vertice en la periferia de un círculo, y cae dentro del círculo es la mitad del arco sobre que insiste.

XIX.

La medida del ángulo del segmento es la mitad del arco que está dentro de él subtendido por la cuerda que le forma con la tangente.

XX.

Si una recta corta á una cuerda en partes iguales y es perpendicular á ella, pasa por el centro del círculo, y divide á los arcos que subtiende la cuerda en partes iguales.

XXI.

Si dos cuerdas de un mismo círculo se cortan mutuamente serán los segmentos recíprocamente proporcionales.

XXII.

Los quadrados de las cuerdas tiradas desde el extremo de un diámetro son entre sí como los segmentos que cortan en dicho diámetro las perpendiculares que se baxen desde los otros extremos de las mismas cuerdas.

XXIII.

Si desde un mismo punto se tiran dos secantes al círculo, será la primera á la segunda como la porcion que tenga esta fuera del círculo á la porcion que tenga la otra.

XXIV.

Si de un punto tomado fuera del círculo se tiran dos rectas, de las quales la una toque al círculo y la otra le corte, será la tangente media porporcional entre toda la secante y la porcion que tenga esta fuera del círculo.

XXV.

La suma de los senos de dos arcos es á la diferencia de los mismos senos, como la tangente de la mitad de la suma de dichos arcos es á la tangente de la mitad de su diferencia.

XXVI.

El círculo es igual á un triángulo, cuya base es igual á la periferia y la altura al rádio.

XXVII.

El sector del círculo es igual á un triángulo, cuya base es igual al arco comprehendido entre los dos rádios y su altura al mismo rádio.

XXVIII.

Los círculos son entre sí como los quadrados de sus diámetros, y de sus rádios.

XXIX.

Qualquiera figura regular se resuelve desde el centro del círculo circunscrito en triángulos iguales, y su area es igual á un triángulo que tenga la base igual á la periferia de todo el polígono y la altura al perpendículo tirado del centro del mismo á uno de sus lados.

XXX.

Los paralelográmos que están entre unas mismas paralelas y tienen una misma base son iguales.

XXXI.

Las figuras regulares é irregulares semejantes están en razon duplicada de los lados homólogos.

XXXII.

El cubo, tetraedro, octaedro, dodecaedro, é icosaedro son cuerpos regulares, y no puede haber otro ademas de estos cinco.

XXXIII.

Los paralelepípedos, prismas, y cilindros que tienen iguales bases y alturas son iguales.

XXXIV.

Las piramides y conos son la tercera parte de los prismas y cilindros de la misma base y altura.

XXXV.

Las piramides y conos que están sobre la misma base, y tienen la misma altura, son iguales.

XXXVI.

Los paralelepípedos, prismas, cilindros, pirámides, y conos iguales en solidez, tienen las bases y alturas recíprocamente proporcionales.

XXXVII.

Todos los prismas, paralelepípedos, cilindros, pirámides y conos están entre sí en razon compuesta de las bases y alturas.

XXXVIII.

Todos los cuerpos semejantes, sean prismas, paralelepípedos, cilindros, pirámides ó conos, están en razon triplicada de los lados homologos y tambien de las alturas.

XXXIX.

La superficie de la esfera es quadrupla de la del círculo descrito con su rádio.

LX.

La esfera es igual á un cono cuya base sea igual á la superficie de la esfera y la altura á su rádio.

LXI.

Las esferas son como los cubos de sus diámetros.

LXII.

La esfera es al cilindro circunscrito como 2 á 3.

PARTE PRÁCTICA.

I.

Tirar por un punto dado fuera de una recta una paralela á ella.

II.

Levantar una perpendicular de un punto dado en una recta.

III.

Baxar una perpendicular á una recta de un punto dado fuera de ella.

IV.

Dividir una recta dada en qualesquiera partes iguales.

V.

Hallar una media proporcional entre dos líneas rectas dadas.

VI.

Dadas tres rectas encontrar una quarta proporcional, ó dadas dos una tercera.

VII.

Medir la distancia de dos lugares á los quales se pueda llegar desde un mismo sitio.

VIII.

Medir la distancia de dos lugares, de los quales uno solo sea accesible.

IX.

Medir la distancia de dos lugares inaccesibles.

X.

Dada la distancia de dos lugares que aparezcan en la misma orizontal, hallar la correccion de nivel ó lo que diste el uno mas que el otro del centro de la tierra.

XI.

Conocida por el problema antecedente la correccion de nivel correspondiente á una orizontal dada, hallar la correspondiente á qualquiera otra.

XII.

Hallar la diferencia de nivel de dos lugares que no estén en la misma orizontal.

XIII.

Medir una altura accesible ó inaccesible.

XIV.

Dividir un ángulo dado en dos partes iguales.

XV.

Describir un triangulo en qualquiera de estos casos: 1.° dados tres lados de los quales dos sean mayores que el tercero: 2.° dados dos lados y el ángulo comprehendido entre ellos: 3.° dados dos lados y un ángulo opuesto á uno de ellos, previniendo si el opuesto al otro lado ha de ser agudo ú obtuso, quando el dado fuere agudo: 4.° dado un lado y los dos ángulos adyacentes que tomados juntamente sean menores que dos rectos.

XVI.

Formar sobre una recta dada un triángulo equilátero, ó un isosceles si ademas se dá otra recta mayor que la mitad de la primera.

XVII.

Dividir un triangulo en qualesquiera partes iguales.

XVIII.

Hallar la area de qualquier triángulo.

XIX.

Describir un círculo que pase por tres puntos dados que no estén en la misma direccion.

XX.

Dado el diámetro de un círculo encontrar la periferia y su area, y dada la periferia el diámetro.

XXI.

Dado el rádio de un círculo, y la razon del arco de un sector á la periferia, hallar la area del sector.

XXII.

Dada una recta describir un quadrado, ó dadas dos un rectángulo oblongo.

XXIII.

Dada una recta y un ángulo obliqüo, formar un rombo, ó dadas dos y el ángulo obliqüo que hayan de formar, describir un romboyde.

XXIV.

Hallar la area del quadrado, rectángulo, rombo, ó romboyde.

XXV.

Hallar el lado del quadrado igual á un paralelográmo, ó triángulo dado.

XXVI.

Dados todos los lados de qualquiera figura rectilínea y tantos ángulos quantos lados tenga menos tres, describir la figura.

XXVII.

Dados todos los lados de qualquiera figura rectilínea y tantos diagonales quantos lados tenga menos tres, construir la figura.

XXVIII.

Dada una recta formar sobre ella qualquier polígono regular.

XXIX.

Hallar el ángulo de qualquier polígono regular.

XXX.

Circunscribir un círculo á qualquiera polígono regular.

XXXI.

Hallar la area del trapecio ó de qualquier polígono regular ó irregular.

XXXII.

Explicar el uso del teodolito, de la plancheta, ó del nivel.

XXXIII.

Describir la ignografia de qualquier campo desde dos sitios de su circunferencia.

XXXIV.

Levantar el plano de un territorio.

XXXV.

Medir la superficie y solidez de los cinco cuerpos regulares.

XXXVI.

Determinar la superficie y solidez de qualquier paralelepípedo.

XXXVII.

Determinar la superficie y solidez de qualquier prisma.

XXXVIII.

Hallar la superficie y solidez de un cilindro.

XXXIX.

Medir la superficie y solidez de la pirámide ó cono.

XL.

Dado el diámetro de una esfera, hallar la superficie y solidez de ella.

LETRAS
DE LOS VILLANCICOS
QUE SE HAN DE CANTAR
EN LOS SOLEMNES MAITINES
DEL NACIMIENTO
DE N.TRO SEÑOR JESUCRISTO
EN EL REAL MONASTERIO
DE SAN LORENZO,
(*VULGO*) DEL ESCORIAL,

puestas en música por el M. R. P. Mtro. de capilla Fr. Jayme Ferrer, siendo Prior el Rmo. P. Mtro. Fr. Francisco Cifuentes.

MADRID 1815:
EN LA IMPRENTA DE LA VIUDA DE AZNAR.

XXXIX.

Medir la superficie y solidez de la pirámide ó cono.

XL.

Dado el diámetro de una esfera, hallar la superficie y solidez de ella.